Anwendungen der Normalverteilung – Körpergröße

Aus einer Erhebung der Körpergröße bei 20-jährigen Frauen ergab sich für in Deutschland lebende Frauen als Erwartungswert 166 cm und als Standardabweichung ein Wert von 9 cm.

a) Erläutern Sie die Begriffe „Erwartungswert“ und „Standardabweichung“ in diesem Sachzusammenhang.

b) Begründen Sie, warum die Körpergröße X einer 20-jährigen Frau eine stetige Zufallsgröße darstellt und als normalverteilt angenommen werden kann.

c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte 20-jährige Frau zwischen 157 cm und 175 cm groß ist.

d) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass in einer zufällig zusammengesetzten Gruppe mit zehn 20-jährigen Frauen mindestens drei dieser Frauen größer als 180 cm sind.

Lösungsvorschlag

a) Erwartungswert: Der Mittelwert der gemessenen Körpergrößen ist 166 cm.
Standardabweichung: Die meisten gemessenen Werte (*bei Kenntnis der Sigma-Regel: ca. 68 %)* befinden sich im Intervall $[166-9\,;\,166+9]$.

b) Da die Körpergröße theoretisch jede reelle Zahl >0 annehmen kann, liegt eine stetige Zufallsgröße vor. Sie kann als normalverteilt angenommen, da sie um einen Mittelwert streut (s. a).

c) X ist normalverteilt mit $\mu = 166$ und $\sigma = 9$.
$P(157 \leq X \leq 175) \approx 0{,}6827$

d) X ist normalverteilt mit $\mu = 166$ und $\sigma = 9$.
$P(X > 180) \approx 0{,}0599$
Y ist binomialverteilt mit $n = 10$ und $p = 0{,}0599$.
$P(Y \geq 3) = 1 - P(Y \leq 2) \approx 1 - 0{,}9812 =$ **$0{,}0188$**