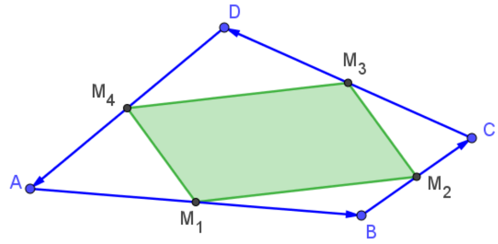
Beweise – mit und ohne Vektoren

Beweisen Sie:
Die Seitenmitten eines Vierecks ABCD bilden die Eckpunkte eines Parallelogramms (Satz von Varignon).



Lösung mit Vektoren

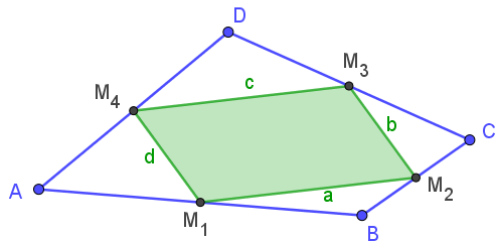
(1) Skizze und Einführung von Vektoren und Bezeichnungen:

(2) Voraussetzung:

(3) Behauptung:

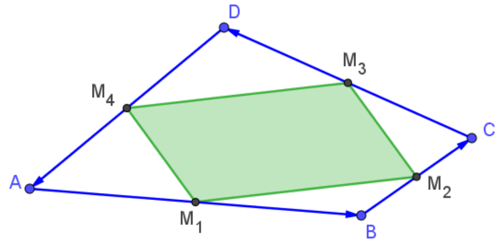
(4) Beweis:

Lösung ohne Vektoren



Lösungen: Beweise – mit und ohne Vektoren

Lösung mit Vektoren



(1) Skizze und Einführung von Vektoren und Bezeichnungen:

$\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$ $\vec{c} = \overrightarrow{CD}$ $\vec{d} = \overrightarrow{DA}$

(2) Voraussetzung:

$\overrightarrow{AM_1} = \frac{1}{2} \cdot \vec{a}$ $\overrightarrow{BM_2} = \frac{1}{2} \cdot \vec{b}$ $\overrightarrow{CM_3} = \frac{1}{2} \cdot \vec{c}$ $\overrightarrow{DM_4} = \frac{1}{2} \cdot \vec{d}$

(3) Behauptung:

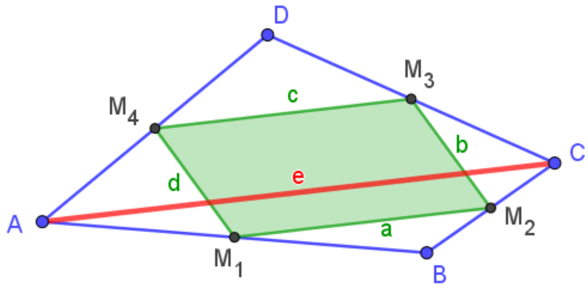
$\overrightarrow{M_1M_2} = \overrightarrow{M_4M_3}$

(4) Beweis:

$$\overrightarrow{M_1M_2} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} = \frac{1}{2} \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = \frac{1}{2} \cdot (-\vec{c} - \vec{d}) = -\frac{1}{2}\vec{c} - \frac{1}{2}\vec{d} = \overrightarrow{M_4M_3}$$

Demnach ist $M_1M_2M_3M_4$ ein Parallelogramm.

Lösung ohne Vektoren



Vor: M_1 , M_2 , M_3 und M_4 sind Mittelpunkte der jeweiligen Viereckseiten

Beh: $a \parallel c$ und $b \parallel d$

Bew: $a \parallel e$ (Satz von der Mittelparallelen im Dreieck ABC)

$c \parallel e$ (Satz von der Mittelparallelen im Dreieck ACD)

$\Longrightarrow a \parallel c$

Zeige analog: $b \parallel d$