**Disjunktive und konjunktive Normalform – Lösungen**

1. A → B ist logisch äquivalent zu (¬A) ∨ B,

A ↔ B ist logisch äquivalent zu (A → B) ∧ (B → A) und dies zu ((¬A) ∨ B) ∧ ((¬B) ∨ A)

1. Dieser Ausdruck ist logisch äquivalent zu J, denn:

Die Aussage A ∧ (¬B) ∧ C hat genau dann den WW w, wenn A und C den WW w haben und B den WW f hat.

Die Aussage (¬A) ∧ B ∧ C hat genau dann den WW w, wenn A den WW f hat und B und C den WW w haben.

Die Aussage (¬A) ∧ B ∧ (¬C) hat genau dann den WW w, wenn A und C den WW f haben und B den WW w hat.

Die Aussage (¬A) ∧ (¬B) ∧ (¬C) hat genau dann den WW w, wenn A, B und C den WW f haben.

Die Verknüpfung dieser Aussagen mit ∨ hat genau dann den WW w, wenn (mindestens) eine der verknpften Teilaussagen den WW w hat.

Damit hat die Wahheitstabelle von (A ∧ (¬B) ∧ C) ∨ ((¬A) ∧ B ∧ C) ∨ ((¬A) ∧ B ∧ (¬C)) ∨ ((¬A) ∧ (¬B) ∧ (¬C)) in den gleichen Zeilen den WW w wie die von J.

Alternative: Man kann auch die Wahrheitstabelle des Ausdrucks erstellen und mit der abgebildeten vergleichen.

1. Die Wahrheitstabellen sind

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A | B | A → B | A ↔ B |
| w | w | w | w |
| w | f | f | f |
| f | w | w | f |
| f | f | w | w |

Die DNF von A → B ist somit (A ∧ B) ∨ ((¬A) ∧ B) ∨ ((¬A) ∧ (¬B)).

Die DNF von A ↔ B ist somit (A ∧ B) ∨ ((¬A) ∧ (¬B)).

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| A | B | C | B ∧ C | A → (B ∧ C) |
| w | w | w | w | w |
| w | w | f | f | f |
| w | f | w | f | f |
| w | f | f | f | f |
| f | w | w | w | w |
| f | w | f | f | w |
| f | f | w | f | w |
| f | f | f | f | w |

Die DNF von A → (B ∧ C) ist
(A ∧ B ∧ C) ∨ ((¬A) ∧ B ∧ C) ∨ ((¬A) ∧ B ∧ (¬C)) ∨ ((¬A) ∧ (¬B) ∧ C) ∨ ((¬A) ∧ (¬B) ∧ (¬C)).

1. Dieser Ausdruck ist logisch äquivalent zu J, denn:

Die Aussage (¬A) ∨ (¬B) ∨ (¬C) hat genau dann den WW f, wenn A, B und C den WW w haben.

Die Aussage (¬A) ∨ (¬B) ∨ C hat genau dann den WW f, wenn A und B den WW w haben und C den WW f.

Die Aussage (¬A) ∨ B ∨ C hat genau dann den WW f, wenn A den WW w hat und B und C den WW f.

Die Aussage A ∨ B ∨ (¬C) hat genau dann den WW f, wenn A und B den WW f haben und C den WW w.

Die Verknüpfung dieser Aussagen mit ∧ hat genau dann den WW f, wenn (mindestens) eine der verknpften Teilaussagen den WW w hat.

Damit hat die Wahheitstabelle von ((¬A) ∨ (¬B) ∨ (¬C)) ∧ ((¬A) ∨ (¬B) ∨ C) ∧ ((¬A) ∨ B ∨ C) ∧ (A ∨ B ∨ (¬C)) in den gleichen Zeilen den WW f wie die von J.

Alternative: Man kann auch die Wahrheitstabelle des Ausdrucks erstellen und mit der abgebildeten vergleichen.

1. Die Wahrheitstabellen sind

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A | B | A → B | A ↔ B |
| w | w | w | w |
| w | f | f | f |
| f | w | w | f |
| f | f | w | w |

Die KNF von A → B ist (¬A) ∨ B.

Die KNF von A ↔ B ist ((¬A) ∨ B) ∧ (A ∨ (¬B)).

Beides entspricht den Formen aus a).

1.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| A | B | C | B ∧ C | A → (B ∧ C) |
| w | w | w | w | w |
| w | w | f | f | f |
| w | f | w | f | f |
| w | f | f | f | f |
| f | w | w | w | w |
| f | w | f | f | w |
| f | f | w | f | w |
| f | f | f | f | w |

Die KNF von A → (B ∧ C) ist

((¬A) ∨ (¬B) ∨ C) ∧ ((¬A) ∨ B ∨ (¬C)) ∧ ((¬A) ∨ B ∨ C).