# Mathematik Vertiefungskurs

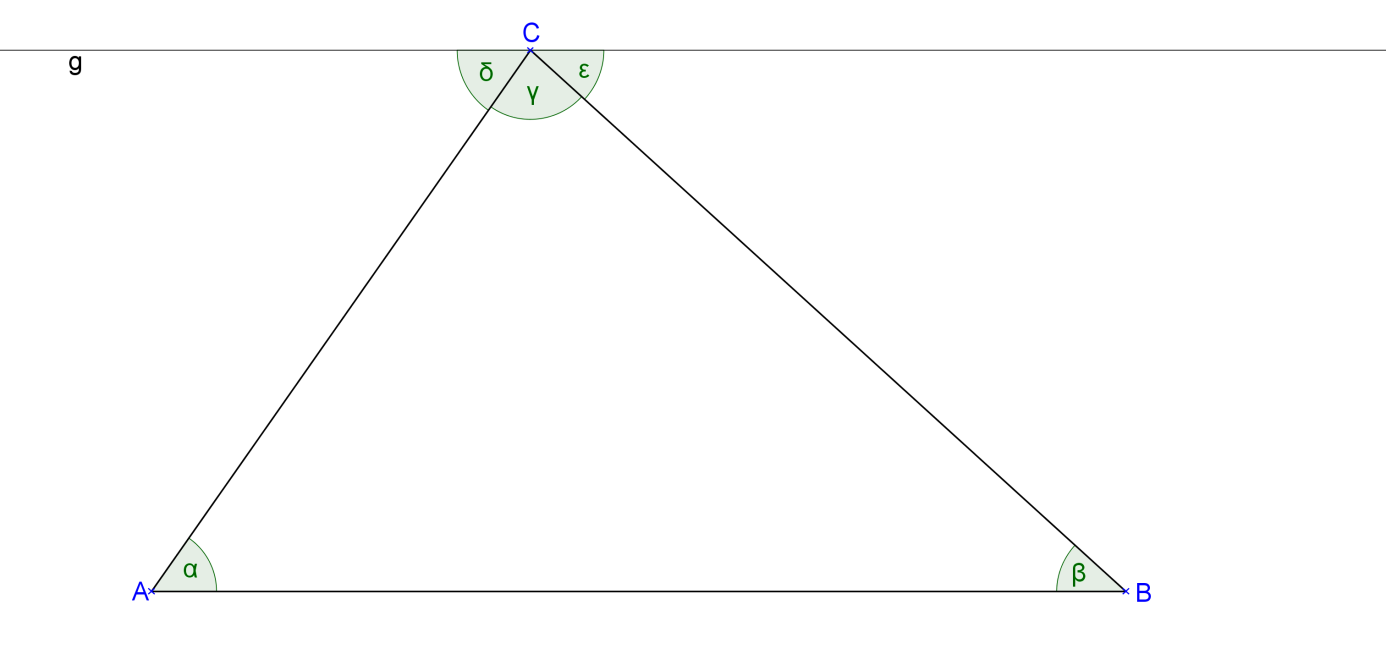
**Lösungen: Beweise aus der Geometrie der Mittelstufe**

# 1) Satz von der Winkelsumme im Dreieck

Voraussetzung: Die Figur ist ein Dreieck.

Behauptung:

# Beweisfigur:



Beweis:

Sei g die Parallele zur Strecke durch den Punkt C.

# Es gilt: α = δ und β = ε (Wechselwinkelsatz)

δ, γ und ε bilden zusammen einen gestreckten Winkel 🡺 δ + γ + ε = 180°.

🡺 α + γ + β = 180° q.e.d.

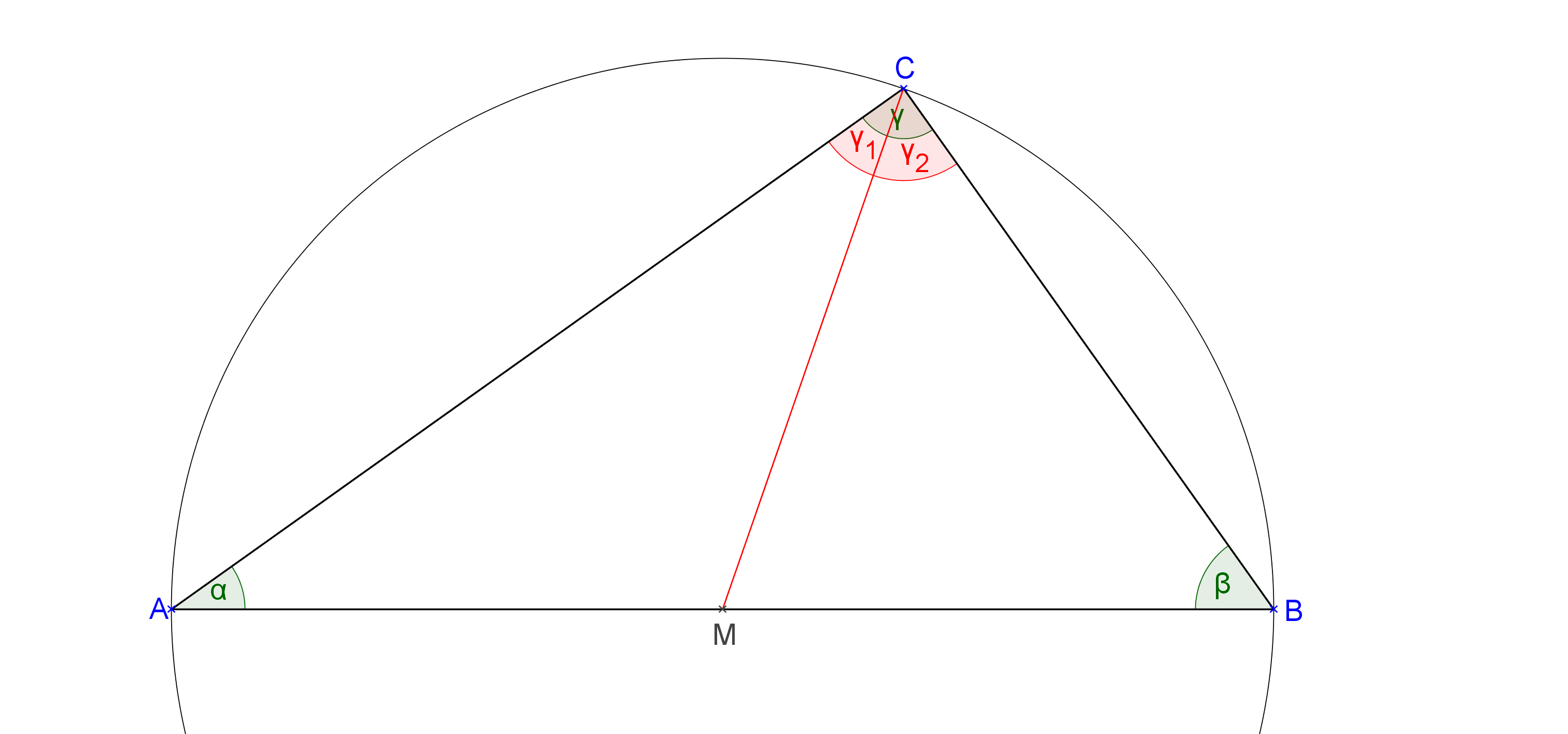
# 2) Satz des Thales

Wenn die Eckpunkte eines Dreiecks so auf einem Kreis liegen, dass eine Dreiecksseite zugleich ein Kreisdurchmesser ist, dann ist das Dreieck rechtwinklig.

Voraussetzung:

Dreieck ABC, bei dem der Durchmesser eines Kreises mit Mittelpunkt M ist. Der Punkt C liegt auf diesem Kreis. Die Winkelweiten des Dreiecks sind  und .

Es gilt: und



Behauptung:

Das Dreieck AMC ist gleichschenklig, da 🡺 (Basiswinkelsatz)

Das Dreieck MBC ist gleichschenklig, da 🡺 (Basiswinkelsatz)

Im Dreieck ABC gilt der Winkelsummensatz 🡺

🡺 🡺 q.e.d.

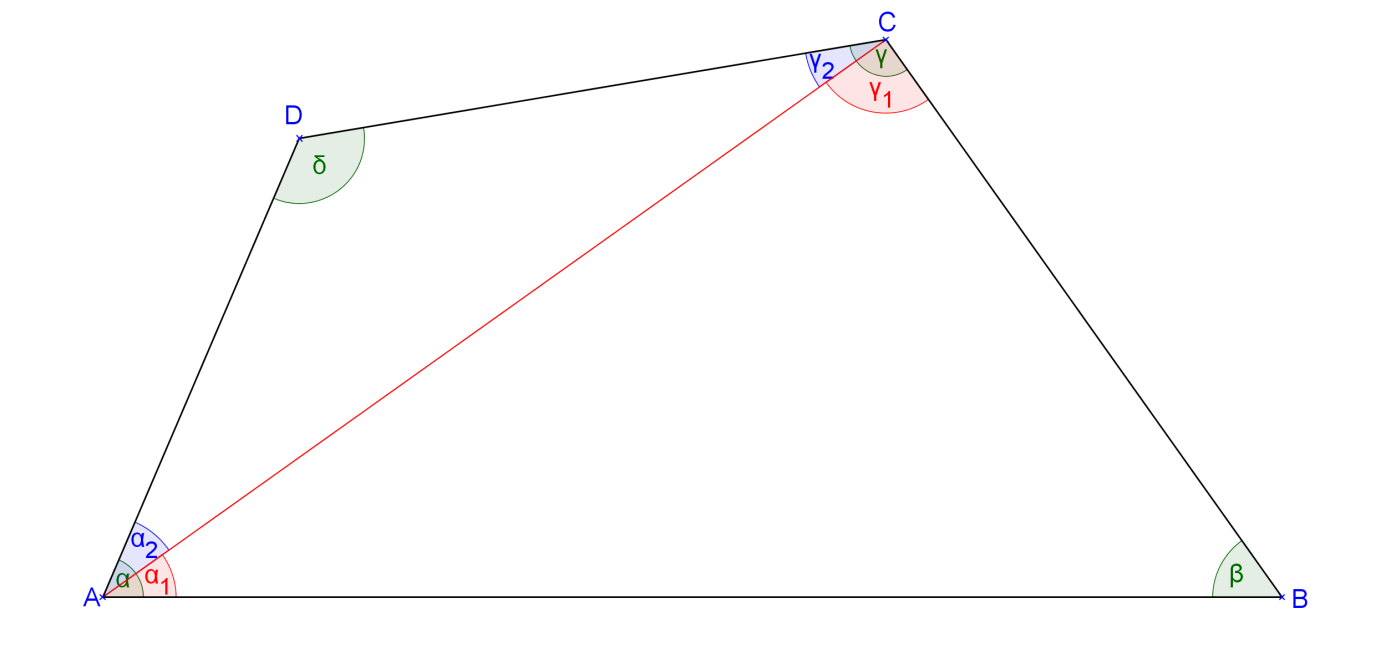
# 3) Satz von der Winkelsumme im Viereck

In jedem Viereck haben die Innenwinkel zusammen die Weite von 360°.

Voraussetzung: Die Figur ist ein Viereck.

Behauptung:

Beweisfigur:



Beweis:

Winkelsummensatz im Dreieck ABC 🡺 (1)

Winkelsummensatz im Dreieck ACD 🡺 (2)

Addiert man (1) und (2) 🡺

Zudem gilt: und 🡺 q.e.d.

# 4) Satz vom Umkreis

## Teil 1:

Wenn U der Schnittpunkt von zwei Mittelsenkrechten (der Seiten) in einem Dreieck ABC ist, dann hat U zu jeder Ecke des Dreiecks den gleichen Abstand.

## Teil 2:

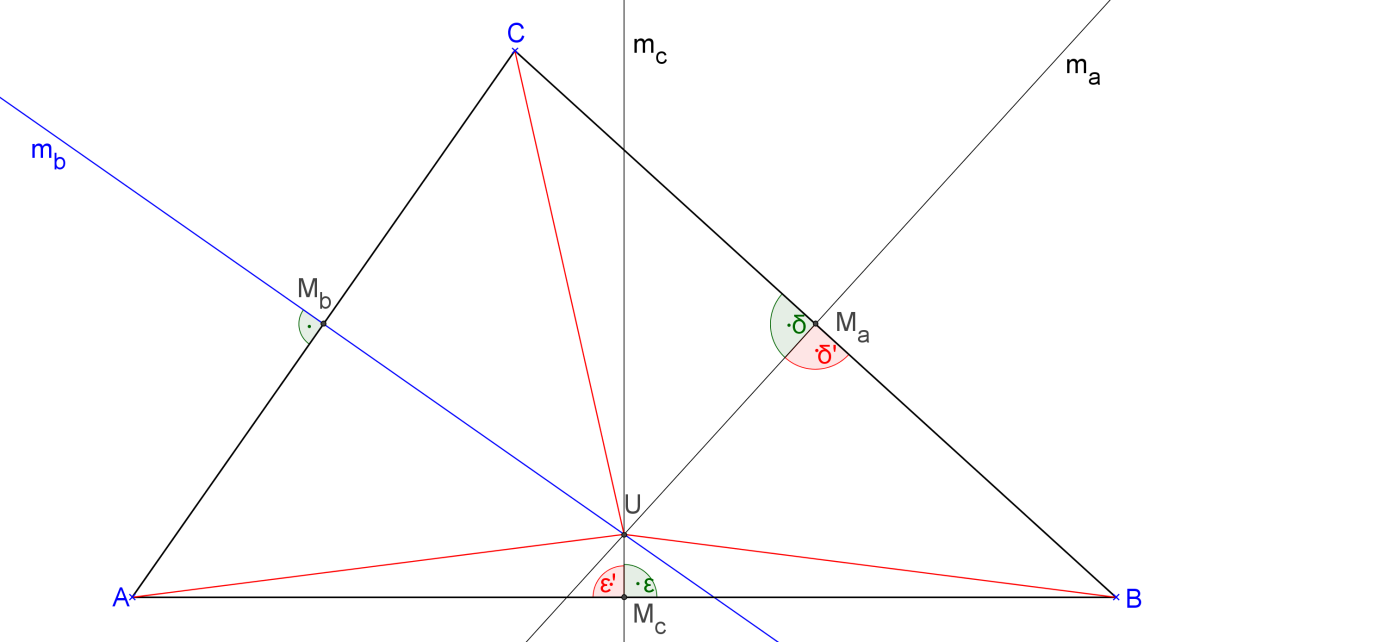
In jedem Dreieck ABC schneiden sich alle drei Mittelsenkrechten (der Seiten) in einem gemeinsamen Punkt.

Voraussetzung: ; ; ;

Behauptung: 1)

2) d.h

Beweisfigur:



Beweis Teil 1:

Dreieck AMcU: ; ; ε

Dreieck McBU: ; ; ε‘

Da und ε‘ = ε gilt sind die beiden Dreiecke nach dem Kongruenzsatz sws kongruent. Also gilt auch . (1)

Dreieck BMaU: ; ; δ‘

Dreieck MaCU: ; ; δ

Da und δ ‘ = δ gilt sind die beiden Dreiecke nach dem Kongruenzsatz sws kongruent. Also gilt auch . (2)

Aus (1) und (2) folgt: q.e.d.

Beweis Teil 2:

Das Dreieck AUC ist ein gleichschenkliges Dreieck, da gilt.

In einem gleichschenkligen Dreieck ist die Strecke von der Mitte der Basis, hier , zum gegenüberliegenden Eckpunkt, hier U, die Höhe des Dreiecks.

Somit gilt: q.e.d.