**Vertiefungskurs Mathematik**

**Lösungen: Übungen zum Kehrsatz und zur Kontraposition**

**Satz 1** Der Satz ist wahr.

Voraussetzung: Das Dreieck ist gleichschenklig.

Behauptung: Das Dreieck besitzt zwei große Winkel.

Kehrsatz: Wenn ein Dreieck zwei gleich große Winkel besitzt, dann hat es auch zwei

 gleich lange Seiten. (Der Kehrsatz ist wahr.)

Kontraposition: Wenn ein Dreieck drei verschieden große Winkel besitzt, dann hat

 das Dreieck drei verschieden lange Seiten.

**Satz 2** Der Satz ist wahr.

Voraussetzung: Der Punkt P liegt auf der Mittelsenkrechten der Strecke $\overline{AB}$ .

Behauptung: Es gilt $\overline{AP}=\overline{BP}$.

Kehrsatz: Wenn ein Punkt P von zwei Punkten A und B den gleichen Abstand

 besitzt, dann liegt er auf der Mittelsenkrechten der Strecke $\overline{AB}$ .

 (Der Kehrsatz ist wahr.)

Kontraposition: Wenn ein Punkt P nicht gleich weit von den Punkten A und B entfernt

 ist, dann liegt er nicht auf der Mittelsenkrechten der Strecke $\overline{AB}$ .

**Satz 3** Der Satz ist falsch. (Gegenbeispiel: z.B. Randmaximum)

Voraussetzung: Der Punkt P ist ein Extrempunkt des Graphen von f.

Behauptung: Die Tangente in P an den Graphen von f hat die Steigung 0.

Kehrsatz: Wenn die Tangente in einem Punkt P des Graphen waagrecht ist,

 dann ist P ein Extrempunkt des Graphen.

 (Der Kehrsatz ist falsch. Gegenbeispiel: Sattelpunkte)

Kontraposition: Wenn die Tangente in einem Punkt P des Graphen nicht waagrecht

 ist, dann ist P kein Extrempunkt des Graphen.

**Satz 4** Der Satz ist wahr.

Voraussetzung: Die Geraden sind parallel.

Behauptung: Die Wechselwinkel sind gleich groß.

Kehrsatz: Wenn die Wechselwinkel gleich groß sind, dann sind die Geraden parallel

 zueinander. (Der Kehrsatz ist wahr.)

Kontraposition: Wenn die Wechselwinkel nicht gleich groß sind, dann sind die

 Geraden nicht parallel.

**Satz 5** Der Satz ist wahr.

Voraussetzung: Die drei Eckpunkte des Dreiecks liegen auf einem Kreis, wobei eine

 Dreiecksseite der Durchmesser ist. Geraden sind parallel.

Behauptung: Das Dreieck besitzt einen rechten Winkel.

Kehrsatz: Wenn ein Dreieck rechtwinklig ist, dann gibt es einen Kreis auf dem alle

 Dreieckspunkte liegen und dessen Durchmesser eine Dreiecksseite ist.

 (Der Kehrsatz ist wahr.)

Kontraposition: Wenn ein Dreieck keinen rechten Winkel besitzt, dann liegen die

 Dreieckspunkte nicht auf einem Kreis, dessen Durchmesser eine

 Dreiecksseite ist.

**Satz 6** Der Satz ist wahr.

Voraussetzung: In einem Viereck sind jeweils die Gegenseiten parallel zueinander.

Behauptung: Die Gegenseiten sind jeweils gleich lang.

Kehrsatz: Wenn in einem Viereck jeweils die Gegenseiten gleich lang sind, dann sind

 die Gegenseiten jeweils parallel zueinander.

 (Der Kehrsatz ist wahr.)

Kontraposition: Wenn in einem Viereck nicht beide Gegenseitenpaare jeweils gleich

 lang sind, dann sind nicht beide Gegenseitenpaare parallel.

**Satz 7** Der Satz ist falsch. (Gegenbeispiel: $f\left(x\right)=-\frac{1}{x}$ )

Voraussetzung: Auf dem ganzen Definitionsbereich von f gilt f‘(x) > 0.

Behauptung: f ist streng monoton wachsend.

Kehrsatz: Wenn f streng monoton fallend ist, dann gilt auf dem ganzen Definitions-

 bereich von f f‘(x) > 0.

 (Der Kehrsatz ist falsch. Gegenbeispiel: f ist nicht stetig in x0)

Kontraposition: Wenn f nicht streng monoton wachsend ist, dann gilt nicht auf dem

 ganzen Definitionsbereich von f f‘(x) > 0.

**Satz 8** Der Satz ist wahr.

Voraussetzung: Eine natürliche Zahl ist durch 3 und durch 4 teilbar.

Behauptung: Die natürliche Zahl ist durch 12 teilbar.

Kehrsatz: Wenn eine natürliche Zahl durch 12 teilbar ist, dann ist sie auch durch 3

 und 4 teilbar. (Der Kehrsatz ist wahr.)

Kontraposition: Wenn eine natürliche Zahl nicht durch 12 teilbar ist, dann ist sie nicht

 durch 3 oder nicht durch 4 teilbar.

**Satz 9** Der Satz ist falsch. (Gegenbeispiel: 12 ist durch 3 und 6 teilbar, aber nicht

 durch 18)

Voraussetzung: Eine natürliche Zahl ist durch 3 und durch 6 teilbar.

Behauptung: Die natürliche Zahl ist durch 18 teilbar.

Kehrsatz: Wenn eine natürliche Zahl durch 18 teilbar ist, dann ist sie auch durch 3

 und 6 teilbar. (Der Kehrsatz ist wahr.)

Kontraposition: Wenn eine natürliche Zahl nicht durch 18 teilbar ist, dann ist sie nicht

 durch 3 oder nicht durch 6 teilbar.

**Satz 10** Der Satz ist wahr.

Voraussetzung: Eine natürliche Zahl ist eine Quadratzahl.

Behauptung: Die natürliche Zahl hat eine ungerade Anzahl von Teilern.

Kehrsatz: Wenn eine natürliche Zahl eine ungerade Anzahl von Teilern hat, dann ist

 sie eine Quadratzahl.

 (Der Kehrsatz ist wahr.)

Kontraposition: Wenn eine natürliche Zahl eine gerade Anzahl von Teilern hat, dann

 ist sie keine Quadratzahl.