

Vertiefungskurs Mathematik

Übungen zum Beweisen

Beweise oder widerlege folgende Sätze:

Satz 1 Für zwei beliebige Aussagen A und B gilt: $A \wedge B \Rightarrow (\neg A \wedge B) \vee A$

Satz 2 $\sqrt{12}$ ist keine rationale Zahl.

Satz 3 Wenn $2n^2 - 3n + 6$ durch 4 teilbar ist, dann ist n gerade.

Satz 4 Wenn $x \neq 0$ eine rationale und y eine irrationale Zahl ist, dann ist $x \cdot y$ eine irrationale Zahl.

Satz 5 Wenn man sechs natürliche Zahlen zufällig auswählt, dann kann man unter diesen sechs Zahlen immer vier finden, deren Summe durch vier teilbar ist.

Satz 6 Wenn man sieben natürliche Zahlen zufällig auswählt, dann kann man unter diesen sieben Zahlen immer vier finden, deren Summe durch vier teilbar ist.

Satz 7 Es gilt für alle $n \in \mathbb{N}$: $\frac{1^2}{1 \cdot 3} + \frac{2^2}{3 \cdot 5} + \dots + \frac{n^2}{(2n-1) \cdot (2n+1)} = \frac{n \cdot (n+1)}{2 \cdot (2n+1)}$

Satz 8 Es gilt für alle $n \in \mathbb{N}$: $\sum_{k=1}^n (4k + 1) = n \cdot (2n + 3)$

Satz 9 Es gilt für alle $n \in \mathbb{N}$: 3 teilt $n^3 + 6n^2 + 14n$.

Satz 10 Für alle $a \geq 0$ und $b \geq 0$ gilt: $|2\sqrt{a} - 2\sqrt{b}| \leq \sqrt{4 \cdot |a - b|}$