**Teilbarkeitsregeln**

**Satz:**

Eine natürliche Zahl ist genau dann

a) durch 2 teilbar, wenn \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_,

b) durch 3 teilbar, wenn \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_,

c) durch 4 teilbar, wenn \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_,

d) durch 5 teilbar, \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_,

e) durch 6 teilbar, \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_,

f) durch 7 teilbar, wenn die Zahl durch 7 teilbar ist, die entsteht, wenn man das Doppelte der letzten Ziffer von der restlichen Zahl subtrahiert,

g) durch 8 teilbar, \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_,

h) durch 9 teilbar, \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_,

i) durch 10 teilbar, \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_,

j) durch 11 teilbar, wenn ihre alternierende Quersumme durch 11 teilbar ist,

 (alternierende Quersumme von 353 408 = 3 – 5 + 3 – 4 + 0 – 8 = -11

 von 27 095 = –2 + 7 – 0 + 9 – 5 = 9 )

k) durch 12 teilbar, \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**Beweis:**

Sei n eine natürliche Zahl. Diese habe im Dezimalsystem die Form anan-1…a2a1a0, wobei

a1, a2, …, an-1, an Ziffern aus der Menge {0; 1; 2; …; 9} sind.

Dann ist n = an ∙ 10n + an-1 ∙ 10n-1 + … a2 ∙ 102 + a1 ∙ 101 + a0 ∙ 100.

***1. Endstellenregeln***

a) n ≡ \_\_\_\_\_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_\_\_\_\_ (mod 2)

 Damit ist n genau dann durch 2 teilbar, wenn \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

c) n ≡ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ (mod 4)

 Damit ist n genau dann durch 4 teilbar, wenn \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

g)n ≡ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ (mod 4)

 Damit ist n genau dann durch 8 teilbar, wenn \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

 \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

d) n ≡ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ (mod 5)

 Damit ist n genau dann durch 5 teilbar, wenn \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

i) n ≡ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ (mod 10)

 Damit ist n genau dann durch 10 teilbar, wenn \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

***2. Quersummenregeln***

b) Für jedes k ∈ IN ist 10k ≡ \_\_\_\_\_ ≡ \_\_\_\_\_ (mod 3).

 Damit ist n ≡ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ (mod 3).

h) Für jedes k ∈ IN ist 10k ≡ \_\_\_\_\_ ≡ \_\_\_\_\_ (mod 9).

 Damit ist n ≡ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ (mod 9).

***3. Kombinationen***

e) Wenn n durch 2 und durch 3 teilbar ist, folgt:

 Wegen 3|n gibt es k ∈ IN mit n = 3∙k. Es muss 2|k gelten, sonst \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

 \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

 Somit: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

 Wenn n durch 6 teilbar ist, gibt es m ∈ IN mit n = 6m. Also ist \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

 \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

k) Wenn n durch 3 und durch 4 teilbar ist, folgt: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

 \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

 \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

 \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

***4. Sonstige Regeln***

f) Wir schreiben n = m ∙ 10 + a0. n ist genau dann durch 7 teilbar, wenn 2∙n durch 7 teilbar

 ist. Es ist 2∙n = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_= 21 ∙ m – (m – 2∙a0).

 Da 21∙m durch 7 teilbar ist, folgt: n ist genau dann durch 7 teilbar,

 wenn \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ durch 7 teilbar ist.

j) Es ist 10 ≡ \_\_\_\_\_\_ (mod 11). Also ist 10k ≡ \_\_\_\_\_\_\_ ≡ \_\_\_\_\_\_\_ (mod 11) für jedes k ∈ IN.

 Für gerades k ist also 10k ≡ \_\_\_\_\_\_\_\_ (mod 11) und für ungerades k ist

 10k ≡ \_\_\_\_\_\_\_\_ (mod 11).

 Wenn n gerade ist, gilt n ≡ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ (mod 11).

 Wenn n ungerade ist, gilt n ≡ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ (mod 11).

**Aufgaben zu den Teilbarkeitsregeln**

**1.** Wende die Teilbarkeitsregeln auf die folgende Zahl an.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| a) 1540 | b) 1 623 272 | c) 13 678 500 | d) 123 456 789 |

**2.** Ergänze für 🕭 eine Ziffer so, dass die Zahl 759 420 51🕭 teilbar ist durch

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| a) 5 | b) 9 | c) 6 | d) 11 |

**3.** Begründe, dass die folgenden Teilbarkeitsregeln falsch sind.

1. Eine Zahl ist genau dann durch 8 teilbar, wenn die aus ihren letzten beiden Ziffern gebildete Zahl durch 8 teilbar ist.
2. Eine Zahl ist genau dann durch 24 teilbar, wenn sie durch 4 und durch 6 teilbar ist.
3. Eine Zahl ist genau dann durch 4 teilbar, wenn ihre Quersumme durch 4 teilbar ist.

**4.** Formuliere und begründe eine Teilbarkeitsregel für die Zahl

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| a) 1000 | b) 25 | c) 20 | d) 22 |