

Aufgabe 1: (4 Punkte)

Gegeben sind die komplexen Zahlen $z_1 = 1 - 5i$ und $z_2 = -3 + i$.

Berechne und gib das Ergebnis in der Form $a + bi$ an.

- a) $z_1 - z_2$ b) $i \cdot z_1$ c) $\frac{z_2}{z_1}$ d) $|z_2|$

Aufgabe 2: (4 Punkte)

Es sind $u = 2 \cdot e^{i \cdot \frac{3}{4}\pi}$ und $v = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$.

- a) Berechne $\frac{1}{u}$.
 b) Bestimme die Polardarstellung von v und berechne damit $\frac{u^3}{v^2}$.

| α | 0 | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{2}$ |
|----------------|---|----------------------|----------------------|----------------------|-----------------|
| $\sin(\alpha)$ | 0 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 1 |
| $\cos(\alpha)$ | 1 | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 0 |

Aufgabe 3: (3 Punkte)

In der Gauß'schen Zahlenebene auf der nächsten Seite sind zwei Zahlen z_1 und z_2 eingezeichnet. Zeichne näherungsweise die folgenden Zahlen ein.

- a) $z_1 + z_2$ b) $z_1 \cdot z_2$ c) \bar{z}_2

Aufgabe 4: (10 Punkte)

Bestimme alle Lösungen der Gleichung (in \mathbb{C}).

- a) $z^2 - 6z + 13 = 0$ b) $z^4 + 4z^2 = 5$ c) $z^5 = 2i$

Aufgabe 5: (1 Punkt)

Gib eine quadratische Gleichung mit reellen Koeffizienten an, die $3 - i$ als ein Lösung hat.

Aufgabe 6: (6 Punkte)

- a) Gib die dritten Einheitswurzeln in Polarform an und veranschauliche sie in der Gauß'schen Zahlenebene.
 b) Begründe, dass für die dritte Einheitswurzel ζ_3^1 gilt: $\zeta_3^1 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$.
 c) Zeige damit, dass $\zeta_3^2 = \bar{\zeta}_3^1$ ist.
 d) Zeige, dass die Summe der dritten Einheitswurzeln 0 ergibt.

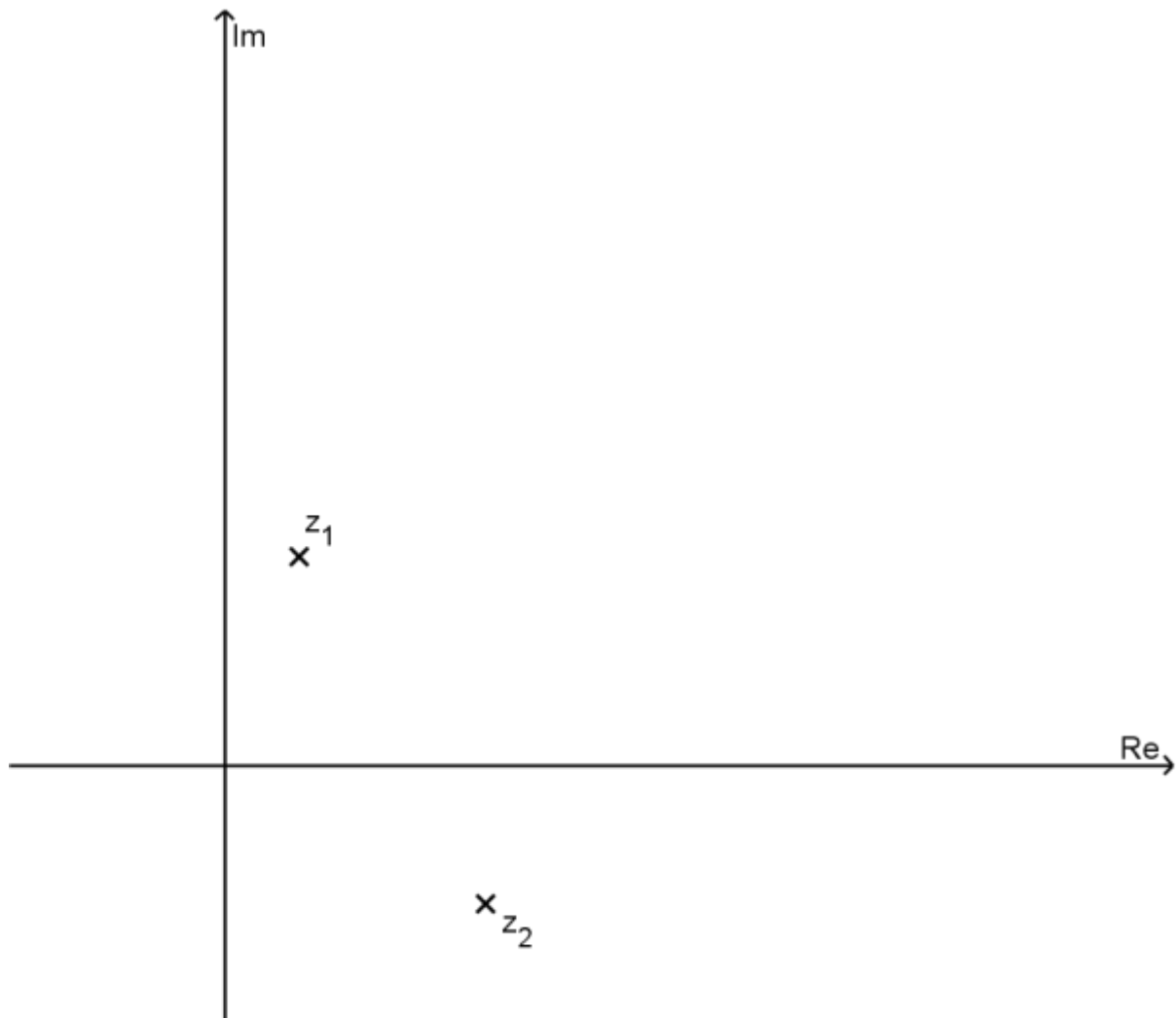
Aufgabe 7: (2 Punkte)

Zeigen Sie, dass für alle komplexen Zahlen die folgende Gleichung gilt:

$$\operatorname{Im}(z \cdot \operatorname{Re}(z)) = \operatorname{Re}(z \cdot \operatorname{Im}(z)).$$

Viel Erfolg!

Zu Aufgabe 3: (1 Längeneinheit = 1cm)



Klausur am 16. Januar 2018 Komplexe Zahlen

- Einführung
 - Realteil, Imaginärteil
 - Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division
 - konjugiert komplexe Zahl
 - Betrag
- Gauß'sche Zahlenebene
 - Komplexe Zahlen als Punkt in der Zahlenebene
- quadratische Gleichungen lösen in \mathbb{C} (Mitternachtsformel)
- Polarform komplexer Zahlen
 - Darstellung in Polarform, Betrag und Argument
 - Umrechnung Normal- in Polarform und umgekehrt
 - Multiplikation und Division komplexer Zahlen in Polarform
- n-te Einheitswurzeln
- Lösungen von Gleichungen der Form $z^n = a$