

Vertiefungskurs Mathematik Klausur Nr.1 08.01.20

HINWEIS: Keine Hilfsmittel erlaubt!

AUFGABE 1 Welche Wahrheitswerte haben folgende Aussagen?

Gib jeweils eine Begründung an!

a) „Bad Mergentheim liegt an der Tauber und 8 765 ist eine Primzahl“.

b) $\exists_{n \in \mathbb{N}} (\sqrt{2n+7} \text{ teilt } 26)$

c) $\forall_{x \in \mathbb{R}} \left(-\frac{3}{x^2+2} \geq -1,5 \right)$

AUFGABE 2 Welchen Wahrheitswert haben die Aussagen, die sich aus den folgenden aussagelogischen Aussageformen ergeben, wenn für a eine falsche, für b und c wahre Aussagen eingesetzt werden?

a) $b \wedge \neg (a \vee \neg c)$

b) $(\neg b \rightarrow c) \wedge [(a \wedge b) \vee (\neg a \rightarrow \neg b)]$

AUFGABE 3 Untersuche, ob die folgenden Aussageformen über G erfüllbar, allgemeingültig oder unerfüllbar sind. Gib gegebenenfalls die Lösungsmenge an.

a) $(x-3) \cdot x = 20$; $G = \mathbb{Z}$

b) $n|32$; $G = \mathbb{N}$

c) $\sqrt{1-6x} \geq 5$; $G = \{ -4 ; -6 ; -8 \}$

AUFGABE 4 Beweise jeweils mit Hilfe einer Wahrheitstabelle: (**Zusatzblatt!**).

a) $\neg (\neg a \vee b) \Leftrightarrow a \wedge \neg b$

b) $(a \rightarrow b) \wedge (b \rightarrow c) \Rightarrow \neg a \vee c$

AUFGABE 5 Karl behauptet: „Für jede natürliche Zahl n ist $n^2 - n + 17$ eine Primzahl“.

Die Behauptung von Karl lässt sich mit Hilfe von Gegenbeispielen widerlegen.

Gib drei geeignete Gegenbeispiele an!

Bitte wenden! 

AUFGABE 6 Beide gegebenen Sätze sind wahr. Formuliere jeweils sowohl den Kehrsatz, als auch die Kontraposition zum Satz.

Überlege zudem, ob die Kehrsätze wahr oder falsch sind.

Wenn der Kehrsatz falsch ist, gib eine Begründung dafür an!

- a) Wenn zwei natürliche Zahlen a und b durch 6 teilbar sind, dann ist auch die Summe der beiden Zahlen durch 6 teilbar.
- b) Wenn eine Figur ein Fünfeck ist, dann beträgt die Summe der Innenwinkel der Figur 540° .

AUFGABE 7 Beweise **entweder** Satz A **oder** Satz B.

Satz A: Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt: Ist $n^2 + 6n + 2$ gerade, dann ist n gerade.

Satz B: $\sqrt{7}$ ist keine rationale Zahl.

AUFGABE 8 Agnes, Bernd, Claudia, Daniela und Eduard wohnen jeweils in einer anderen Stadt. Die Städte sind: Ulm, Vechta, Wertheim, Xanten und Zwiesel.

Die Aussagen a bis c sind alle drei falsch. Die Aussagen d und e sind beide richtig.

Ordne den fünf Personen jeweils den Wohnort zu.

(Deine Überlegungen müssen nachvollziehbar sein!)

- a: „Agnes wohnt nicht in Xanten und nicht in Wertheim.“
- b: „Bernd wohnt nicht in Ulm und Claudia nicht in Zwiesel.“
- c: „Eduard wohnt in Wertheim.“
- d: „Daniela wohnt in Vechta oder in Zwiesel.“
- e: „Entweder wohnt Bernd in Xanten oder Eduard in Wertheim.“

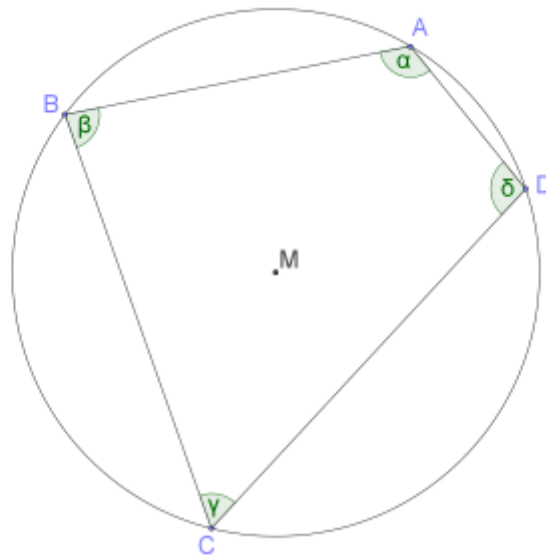
NAME:

AUFGABE 9 Der Satz vom Sehnenviereck lautet:

Wenn die Eckpunkte eines Vierecks auf einem Kreis liegen, dann beträgt die Summe der Winkelweiten zweier gegenüber liegenden Innenwinkel des Vierecks 180° .

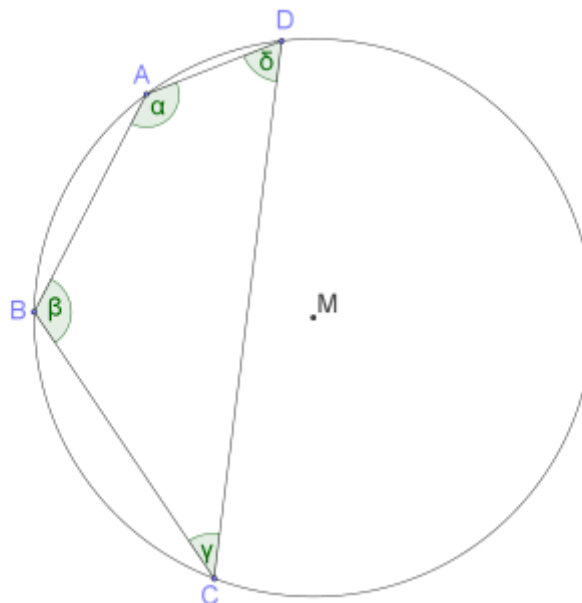
Um den Satz zu beweisen, muss man drei Fälle unterscheiden:

Fall 1: Der Mittelpunkt M des Kreises liegt im Innern des Vierecks.



Fall 2: Der Mittelpunkt M des Kreises liegt auf einer Viereckseite (nicht dargestellt).

Fall 3: Der Mittelpunkt M des Kreises liegt außerhalb des Vierecks.



Beweise **entweder** den Fall 1 **oder** den Fall 3.

Formuliere dabei auch mithilfe der Bezeichnungen in der Skizze die Voraussetzung und die Behauptung des Satzes.

NAME:

Wahrheitstabelle für Aufgabe 4a

a	b							
f	f							
f	w							
w	f							
w	w							

Wahrheitstabelle für Aufgabe 4b

a	b	c							
f	f	f							
f	f	w							
f	w	f							
f	w	w							
w	f	f							
w	f	w							
w	w	f							
w	w	w							