

Name: _____ Punkte: _____ /30 ϕ : _____

Note: _____ mdl: _____

Aufgabe 1:**(9 Punkte)**

- a) Gib die Wahrheitstabelle für die Oder-Verknüpfung
- \vee
- an. /2P

Die Verknüpfung Δ von zwei Aussagen p und q ist folgendermaßen definiert:

p	q	$p \Delta q$
w	w	f
w	f	w
f	w	w
f	f	f

- b) Beweise mit Hilfe einer Wahrheitstabelle:
- $(p \Delta q) \Leftrightarrow [(p \vee q) \wedge (\neg(p \wedge q))]$
- /6P

- c) Beschreibe den Unterschied der beiden Verknüpfungen
- Δ
- und
- \vee
- . /1P

Aufgabe 2:**(4 Punkte)**

Aus einem Museum ist ein Diamant gestohlen worden. Die Polizei hat vier Verdächtige festgenommen: Anton, Ede, Igor und Otto. Alle vier beteuern ihre Unschuld und machen folgende Aussagen:

Anton: „Ede hat den Diamanten gestohlen!“

Ede: „Igor war es!“

Igor: „Ich war es ganz bestimmt nicht!“

Otto: „Ich war es auch nicht!“

Der Kommissar weiß, dass genau einer der Gruppe die Wahrheit sagt. Wer hat den Diamanten gestohlen, wer lügt und wer sagt die Wahrheit? Stelle Deinen Lösungsweg dar. /4

Aufgabe 3:**(9 Punkte)****Satz:** Für jede ganze Zahl m gilt: Ist $m^2 + 6m + 4$ ungerade, so ist m ungerade.

Formuliere zu diesem Satz:

- a) Die Voraussetzung und die Behauptung /1
- b) Die Umkehrung des Satzes /1
- Beweise die Umkehrung des Satzes /2
- c) Die Kontraposition ohne Verwendung des Negationszeichens. /1
- Beweise die Kontraposition des Satzes /2
- d) Beweise den Satz via Widerspruchsbeweis. /2

Aufgabe 4:**(8 Punkte)**

Beweise mit Hilfe der Vollständigen Induktion:

a) $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n+1)} = \frac{n}{n+1}$ für alle $n \in \mathbb{N}$. /4P

b) $n^3 + 2 \cdot n$ ist für alle $n \in \mathbb{N}$ durch 3 teilbar.

(Hinweis: $(a+b)^3 = a^3 + 3 \cdot a^2 \cdot b + 3 \cdot a \cdot b^2 + b^3$) /4P

Viel Erfolg!