# Aufgabe 1

Gegeben sei eine ganze Zahl $a$. Der folgende Satz soll untersucht werden: „Ist $a^{2}$ nicht durch $4$ teilbar, so ist $a$ ungerade.“

1. Geben Sie Voraussetzung und Behauptung des Satzes an.
2. Bilden Sie die Kontraposition.
3. Beweisen Sie den Satz.

# Aufgabe 2

Der Sheffer-Strich „|“ sei wie folgt definiert: Für zwei Aussagen $A$ und $B$ habe $A|B$ die gleichen Wahrheitswerte wie $¬\left(A∧B\right)$ . Der Junktor | wird auch „nand“ genannt (not and).

1. Stellen Sie die Wahrheitswerttafel von | auf.
2. Man kann $¬$ durch alleinige Verwendung von | ausdrücken. Es gilt nämlich

$¬A ⟺ A|A $.

Beweisen Sie diese Äquivalenz.

1. Zeigen Sie, dass man auch $∧$ durch alleinige Verwendung des Sheffer-Strichs | ausdrücken kann, wobei der Sheffer-Strich | mehrfach vorkommen darf.
2. Zeigen Sie, dass man auch $∨$ durch alleinige Verwendung des Sheffer-Strichs  | ausdrücken kann, wobei der Sheffer-Strich | mehrfach vorkommen darf.

# Aufgabe 3

Zeigen Sie, dass für alle komplexen Zahlen $z$ die Gleichung

$$Im\left(z+Re\left(z\right)i\right)=Re\left(z+Im\left(z\right)\right)$$

gilt.

# Aufgabe 4

1. Berechnen Sie $\left(1+i\right)^{2}$ ; $\left(1+i\right)^{4}$ ; $\left(1+i\right)^{6}$ und $\left(1+i\right)^{8}$ .
2. Eine *rein imaginäre Zahl* ist eine komplexe Zahl, deren Realteil gleich null ist.
Man kann $\left(1+i\right)^{2n}$ für jede natürliche Zahl $n\geq 1$ als Potenz einer rein imaginären Zahl darstellen.
Bestimmen Sie eine solche Darstellung.