**Aufgabe 1:** (4 Punkte)

Berechne

a) 25 + 902 (modulo 3) b) 22 · 55 (modulo 7)

c) 310  (modulo 6) d) 82014 (modulo 7)

**Aufgabe 2:** (3 Punkte)

a) Welche Endziffer hat die Zahl 32002 ?

b) Welche Endziffer hat die Zahl 7! = 1·2·3·4·5·6·7 ?

**Aufgabe 3:** (5 Punkte)

1. An welchem Wochentag ist übernächstes Jahr der Neujahrstag, also der   
   1. Januar 2016?
2. Welcher Wochentag war am 3. Oktober in eurem ersten Schuljahr am   
   Wildermuth-Gymnasium, also am 3. Oktober 2008?



**Aufgabe 4:** (2 Punkte)

Rechts ist ein Ausschnitt aus einer Multiplikationstafel für Reste modulo n abgebildet.

Bestimme die Zahl n. Begründe deine Antwort.

**Aufgabe 5:** (4 Punkte)

a) Gib die Wahrheitswerttafel der *oder-Verknüpfung* an.

b) Stelle die Wahrheitswerttafel der folgenden Aussage auf:

( (A ↔ B) ∧ (¬B) ) → A

**Aufgabe 6:** (4 Punkte)

Ist die folgende Aussage eine Tautologie?   
Begründe mithilfe einer Wahrheitswerttafel.

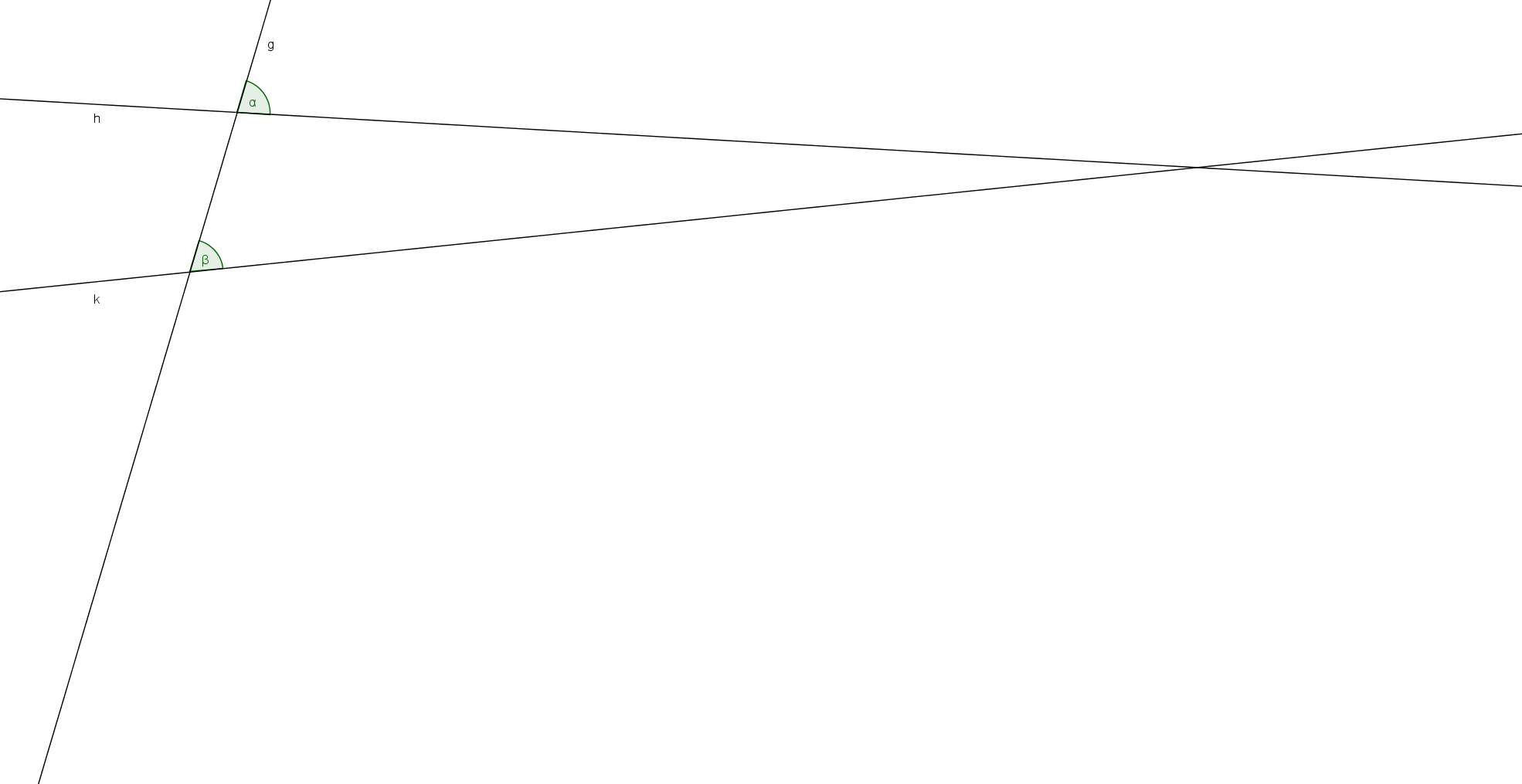
( (A → B) ∧ (¬A → B) ) ↔ B

**Aufgabe 7:** (2 Punkte)

Gegeben ist die folgende (falsche) Aussage:

*Eine Zahl, die ein Produkt aus zwei Faktoren teilt, teilt einen der beiden Faktoren.*

1. Formuliere die Voraussetzung und die Behauptung der Aussage.
2. Widerlege die Aussage.

**Aufgabe 8:** (3 Punkte)

Die Gerade g schneidet die Geraden h und k. Die Winkel α und β liegen wie in der Abbildung gezeigt (Stufenwinkel).

Der *Stufenwinkelsatz* besagt:

*Wenn die Geraden h und k parallel sind, dann sind die Winkel α und β gleich groß.*

1. Formuliere die Umkehrung und die Kontraposition.
2. Formuliere die Kontraposition der Umkehrung.

**Aufgabe 9:** (3 Punkte)

Beweise den folgenden Satz:

Ist n eine ungerade natürliche Zahl, dann ist n2 + 3n gerade.

**Aufgabe 1:** (4 Punkte)

Berechne.

a) 25 + 902 (modulo 3) b) 22 · 55 (modulo 7)

c) 310  (modulo 6) d) 82014 (modulo 7)

**Aufgabe 2:** (2 Punkte)

Welche Endziffer hat die Zahl 7100 ?

**Aufgabe 3:** (5 Punkte)

1. An welchem Wochentag ist übernächstes Jahr Silvester, also der   
   31. Dezember 2016?
2. Welcher Wochentag war am 01.12.2006?



**Aufgabe 4:** (2 Punkte)

Rechts ist ein Ausschnitt aus einer Multiplikationstafel für Reste modulo n abgebildet.

Bestimme die Zahl n. Begründe deine Antwort.

**Aufgabe 5:** (4 Punkte)



a) Fülle die Multiplikationstafel für Reste modulo 5 rechts vollständig aus.

b) Im Feld rechts unten steht die Zahl 1.

Begründe, dass bei allen Multiplikationstafeln für Reste modulo n im Feld rechts unten eine 1 steht. Dabei kann n eine beliebige natürliche Zahl mit n > 1 sein.

**Aufgabe 6:** (3 Punkte)

Begründe mithilfe einer Wahrheitswerttafel, dass die folgende Aussage eine Kontradiktion ist.

( (A → B) ∧ (¬A → B) ) ↔ (¬B)

**Aufgabe 7:** (2 Punkte)

1. Was versteht man unser einer Tautologie.
2. Gib ein Beispiel einer Tautologie an.

**Aufgabe 8:** (1 Punkt)

Die folgende Wahrheitswerttafel beschreibt eine Verknüpfung.

Drücke diese mit den Verknüpfungen ¬ und ∧ aus.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| A | B |  |
| w | w | f |
| w | f | f |
| f | w | w |
| f | f | f |

**Aufgabe 9:** (4 Punkte)

Die Funktion f sei zweimal differenzierbar und a sei eine Stelle aus dem Definitionsbereich der Funktion f.

Das 2. hinreichende Kriterium für innere Extremstellen besagt.

*Wenn f‘(a) = 0 und f‘‘(a) > 0 ist,   
dann hat f an der Stelle a ein lokales Minimum.*

1. Formuliere die Umkehrung und die Kontraposition.
2. Widerlege die Umkehrung durch ein Gegenbeispiel.

**Aufgabe 10:** (3 Punkte)

Beweise den folgenden Satz:

Die Differenz zweier ungerader natürlicher Zahlen ist gerade.

**Themen der Klausur am 16. Dezember 2014**

* Rechnen mit Restklassen
  + Restklasse modulo n
  + Rechenregeln für Reste modulo n
  + Welcher Wochentag ist …?
  + Additions- und Multiplikationstafeln mod n
* Aussagenlogik
  + Aussagen
  + Wahrheitswerttafel
  + Negation
  + Konjunktion und Disjunktion
  + De Morgan’sche Gesetze
  + Distributivgesetze der Logik
  + Implikation und Äquivalenz
  + Tautologie und Kontradiktion
* Beweisverfahren
  + Bei einem Satz Voraussetzung und Behauptung identifizieren bzw. formulieren können.
  + Die Beweisverfahren direkter Beweis und Beweis durch Kontraposition identifizieren und in einfachen Fällen durchführen können.
  + Eine Aussage durch ein Gegenbeispiel widerlegen können.
  + Zu einer gegebenen Aussage die Umkehrung und die Kontraposition formulieren können.