

Aufgabe 1: (4 Punkte)

Berechne

a) $25 + 902 \pmod{3}$

b) $22 \cdot 55 \pmod{7}$

c) $3^{10} \pmod{6}$

d) $8^{2014} \pmod{7}$

Aufgabe 2: (3 Punkte)

a) Welche Endziffer hat die Zahl 3^{2002} ?

b) Welche Endziffer hat die Zahl $7! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7$?

Aufgabe 3: (5 Punkte)

a) An welchem Wochentag ist übernächstes Jahr der Neujahrstag, also der 1. Januar 2016?

b) Welcher Wochentag war am 3. Oktober in eurem ersten Schuljahr am Wildermuth-Gymnasium, also am 3. Oktober 2008?

Aufgabe 4: (2 Punkte)

Rechts ist ein Ausschnitt aus einer Multiplikationstafel für Reste modulo n abgebildet.

Bestimme die Zahl n . Begründe deine Antwort.

n	...	3	4	...
...
3	...	9	0	...
4	...	0	4	...
...

Aufgabe 5: (4 Punkte)

a) Gib die Wahrheitstafel der *oder-Verknüpfung* an.

b) Stelle die Wahrheitstafel der folgenden Aussage auf:

$$((A \leftrightarrow B) \wedge (\neg B)) \rightarrow A$$

Aufgabe 6: (4 Punkte)

Ist die folgende Aussage eine Tautologie?

Begründe mithilfe einer Wahrheitstafel.

$$((A \rightarrow B) \wedge (\neg A \rightarrow B)) \leftrightarrow B$$

Aufgabe 7: (2 Punkte)

Gegeben ist die folgende (falsche) Aussage:

Eine Zahl, die ein Produkt aus zwei Faktoren teilt, teilt einen der beiden Faktoren.

- a) Formuliere die Voraussetzung und die Behauptung der Aussage.
- b) Widerlege die Aussage.

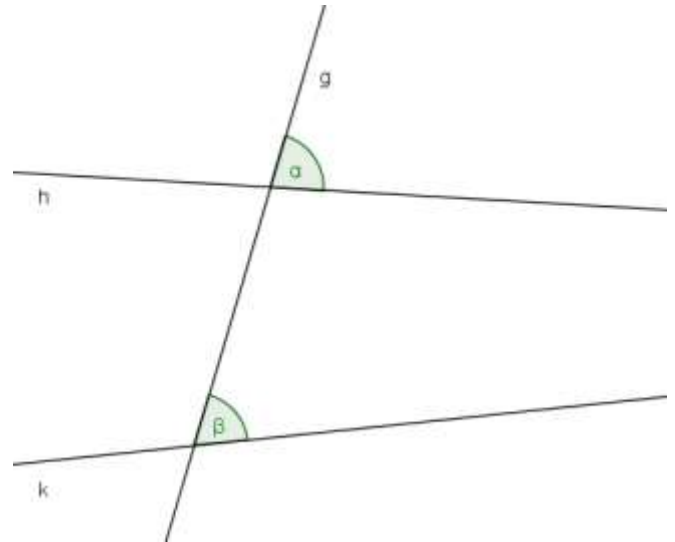
Aufgabe 8: (3 Punkte)

Die Gerade g schneidet die Geraden h und k . Die Winkel α und β liegen wie in der Abbildung gezeigt (Stufenwinkel).

Der *Stufenwinkelsatz* besagt:

Wenn die Geraden h und k parallel sind, dann sind die Winkel α und β gleich groß.

- a) Formuliere die Umkehrung und die Kontraposition.
- b) Formuliere die Kontraposition der Umkehrung.

**Aufgabe 9:** (3 Punkte)

Beweise den folgenden Satz:

Ist n eine ungerade natürliche Zahl, dann ist $n^2 + 3n$ gerade.

Aufgabe 1: (4 Punkte)

Berechne.

a) $25 + 902 \pmod{3}$

b) $22 \cdot 55 \pmod{7}$

c) $3^{10} \pmod{6}$

d) $8^{2014} \pmod{7}$

Aufgabe 2: (2 Punkte)Welche Endziffer hat die Zahl 7^{100} ?**Aufgabe 3:** (5 Punkte)

a) An welchem Wochentag ist übernächstes Jahr Silvester, also der

31. Dezember 2016?

b) Welcher Wochentag war am 01.12.2006?

Aufgabe 4: (2 Punkte)

Rechts ist ein Ausschnitt aus einer Multiplikationstafel für Reste modulo n abgebildet.

Bestimme die Zahl n . Begründe deine Antwort.

n	...	3	...	5	...
...
6	...	4	...	2	...
...
8	...	3	...	5	...
...

Aufgabe 5: (4 Punkte)

a) Fülle die Multiplikationstafel für Reste modulo 5 rechts vollständig aus.

b) Im Feld rechts unten steht die Zahl 1.

Begründe, dass bei allen Multiplikationstafeln für Reste modulo n im Feld rechts unten eine 1 steht. Dabei kann n eine beliebige natürliche Zahl mit $n > 1$ sein.

5	0	1	2	3	4
0					
1					
2					
3					
4					1

Aufgabe 6: (3 Punkte)

Begründe mithilfe einer Wahrheitstafel, dass die folgende Aussage eine Kontradiktion ist.

$$((A \rightarrow B) \wedge (\neg A \rightarrow B)) \leftrightarrow (\neg B)$$

Aufgabe 7: (2 Punkte)

- a) Was versteht man unter einer Tautologie.
- b) Gib ein Beispiel einer Tautologie an.

Aufgabe 8: (1 Punkt)

Die folgende Wahrheitstafel beschreibt eine Verknüpfung.
Drücke diese mit den Verknüpfungen \neg und \wedge aus.

A	B	
w	w	f
w	f	f
f	w	w
f	f	f

Aufgabe 9: (4 Punkte)

Die Funktion f sei zweimal differenzierbar und a sei eine Stelle aus dem Definitionsbereich der Funktion f .

Das 2. hinreichende Kriterium für innere Extremstellen besagt.

*Wenn $f'(a) = 0$ und $f''(a) > 0$ ist,
dann hat f an der Stelle a ein lokales Minimum.*

- a) Formuliere die Umkehrung und die Kontraposition.
- b) Widerlege die Umkehrung durch ein Gegenbeispiel.

Aufgabe 10: (3 Punkte)

Beweise den folgenden Satz:

Die Differenz zweier ungerader natürlicher Zahlen ist gerade.

Themen der Klausur am 16. Dezember 2014

- Rechnen mit Restklassen
 - Restklasse modulo n
 - Rechenregeln für Reste modulo n
 - Welcher Wochentag ist ...?
 - Additions- und Multiplikationstabellen mod n
- Aussagenlogik
 - Aussagen
 - Wahrheitstafel
 - Negation
 - Konjunktion und Disjunktion
 - De Morgan'sche Gesetze
 - Distributivgesetze der Logik
 - Implikation und Äquivalenz
 - Tautologie und Kontradiktion
- Beweisverfahren
 - Bei einem Satz Voraussetzung und Behauptung identifizieren bzw. formulieren können.
 - Die Beweisverfahren direkter Beweis und Beweis durch Kontraposition identifizieren und in einfachen Fällen durchführen können.
 - Eine Aussage durch ein Gegenbeispiel widerlegen können.
 - Zu einer gegebenen Aussage die Umkehrung und die Kontraposition formulieren können.