

Name: _____ Punkte: _____ / 30 Ø: _____

Aufgabe 1. Bestimme die Lösungsmenge der folgenden (Un-)Gleichungen:

a) $|x-2| + |x+1| = 5x$ /3,5P

b) $\sqrt{2x} = \sqrt{x-1} - 1$ /3,5P

c) $\frac{2}{x+3} < \frac{1}{x}$ /3,5P

d) $x^3 - 7x - 6 > 0$ /3,5P

Aufgabe 2. Bestimme den Grenzwert der Folge a_n .

a) $a_n = \frac{3n^2 - 4n + 7}{n^2 + 13n - 1}$ /2P

b) $a_n = \sqrt{n+5} - \sqrt{n}$ /2P

Aufgabe 3. Untersuche, ob folgende mathematische Aussage wahr oder falsch ist. Gib ggf. an, welches Gleichheitszeichen aus welchem Grund falsch ist.

$$4 = \lim_{n \rightarrow \infty} 4 = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n}{n} = \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} 4n}{\lim_{n \rightarrow \infty} n} = \frac{\infty}{\infty}. \quad /2P$$

Aufgabe 4. Wahr oder falsch? Begründe Deine Entscheidung.

- i) Jede beschränkte Folge ist konvergent /1P
- ii) Es gibt monotone Folgen, die nicht konvergent sind /1P
- iii) Es gibt Folgen, die nach oben beschränkt, aber divergent sind. /1P
- iv) Jede konvergente Folge ist beschränkt. /1P
- v) Jede konvergente Folge ist monoton. /1P

Aufgabe 5. Zeige mittels vollständiger Induktion, dass die rekursive Folge

$$a_1 = 1; \quad a_{n+1} = \sqrt{1 + a_n}$$

nach oben durch 2 beschränkt und streng monoton wachsend ist. Berechne anschließend Ihren Grenzwert.

(Hinweis: die Monotonie der Wurfelfunktion darf vorausgesetzt werden). /5P

Viel Erfolg!