

## Vertiefungskurs Mathematik Klausur Nr.4 10.04.19

**HINWEISE:** Für die Polardarstellung muss gelten:  $0 \leq \varphi < 2\pi$

**AUFGABE 1** Gib alle Lösungen der Gleichung  $z^5 = 1$  in  $\mathbb{C}$  an.

Stelle alle Lösungen zudem graphisch in der Gaußschen Zahlenebene dar.

**AUFGABE 2** Bestimme alle vierten Wurzeln von  $z = 81e^{\frac{6}{5}\pi i}$

**AUFGABE 3** Bestimme die Lösungsmenge der Gleichungen in  $\mathbb{C}$ :

a)  $z^3 - 6z^2 + 13z = 0$

b)  $2z^4 + 4z^2 - 16 = 0$

**AUFGABE 4** Die Zahl  $z_1 = 1 - 2i$  ist eine Lösung der Gleichung

$$z^4 - 2z^3 + 2z^2 + 6z - 15 = 0.$$

Bestimme die restlichen Lösungen der Gleichung.

**AUFGABE 5** Gib jeweils ein Beispiel für eine ganzrationale Funktion mit folgenden Eigenschaften an (Produktdarstellung genügt!):

a) Grad  $f = 4$ ,  $f$  hat zwei einfache komplexe und eine doppelte reelle Nullstelle

b) Grad  $g = 4$ ,  $g$  hat zwei doppelte komplexe Nullstellen

c) Grad  $h = 6$ ,  $h$  hat zwei einfache komplexe Nullstellen, eine dreifache reelle Nullstelle und eine einfache reelle Nullstelle.

**AUFGABE 6** Stelle den Term  $\frac{3x-9}{x^2-1}$  mithilfe einer Partialbruchzerlegung als Summe zweier Brüche dar.

**AUFGABE 7** Berechne folgende Integrale:

a)  $\int_{-2}^0 3x \cdot e^{-0,5x} dx$

b)  $\int_0^2 \frac{10x}{\sqrt{25-4x^2}} dx$

**AUFGABE 8** Berechne das Integral  $\int_1^5 \frac{\ln(x^4)}{2x} dx$

Tipp: Verwende dabei die Substitution  $x = e^u$ .