

Vertiefungskurs Mathematik KS 2 – Klausur 1

Komplexe Zahlen

1. Berechne und vereinfache: $z_1 = (1+i)^2$; $z_2 = \left(2e^{i\frac{\pi}{4}}\right)^4$; $z_3 = (5-2i)(5+2i)$ **2 VP**
2. a) Zeichne $z = 1,5 + 2i$ und die dazu konjugiert-komplexe Zahl \bar{z} in eine Gaußsche Zahlenebene ein.
 b) Woran erkennt man bei komplexen Zahlen in Eulerscher Darstellung, ob sie zueinander konjugiert sind? Verwende die Zeichnung aus a) zur Erklärung. **2,5 VP**
3. Berechne für $z_1 = -2 + 5i$ und $z_2 = 3 - i$ die folgenden Terme. Stelle die Ergebnisse in der Form $a + bi$ dar. **3,5 VP**
 a) $z_1 + z_2$ b) $z_1 - z_2$ c) $z_1 \cdot z_2$ d) $\frac{z_1}{z_2}$
4. Zerlege das Polynom in Linearfaktoren: $z^4 + 3z^2 - 4$ für $z \in \mathbb{C}$ **2,5 VP**
5. Komplexe Zahlen kann man in kartesischer und Eulerscher Schreibweise sowie in Polardarstellung schreiben. Stelle die gegebenen Zahlen jeweils in den beiden fehlenden Schreibweisen dar: $z_1 = -2$; $z_2 = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$; $z_3 = \sqrt{3} \cdot \left(\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + i \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right)$ **5 VP**
6. a) Gib die dritten Einheitswurzeln an: $z^3 = 1$.
 b) Berechne und skizziere die Lösungen der Gleichung $z^3 = 8i$. **5,5 VP**

Partielle Integration

7. Berechne: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cdot \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) dx$ **3 VP**
8. Bestimme mithilfe partieller Integration eine Stammfunktion der Funktion f mit $f(x) = x \ln(x^2)$. **2,5 VP**
9. Berechne: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{2x} \cos(x) dx$ **4,5 VP**