



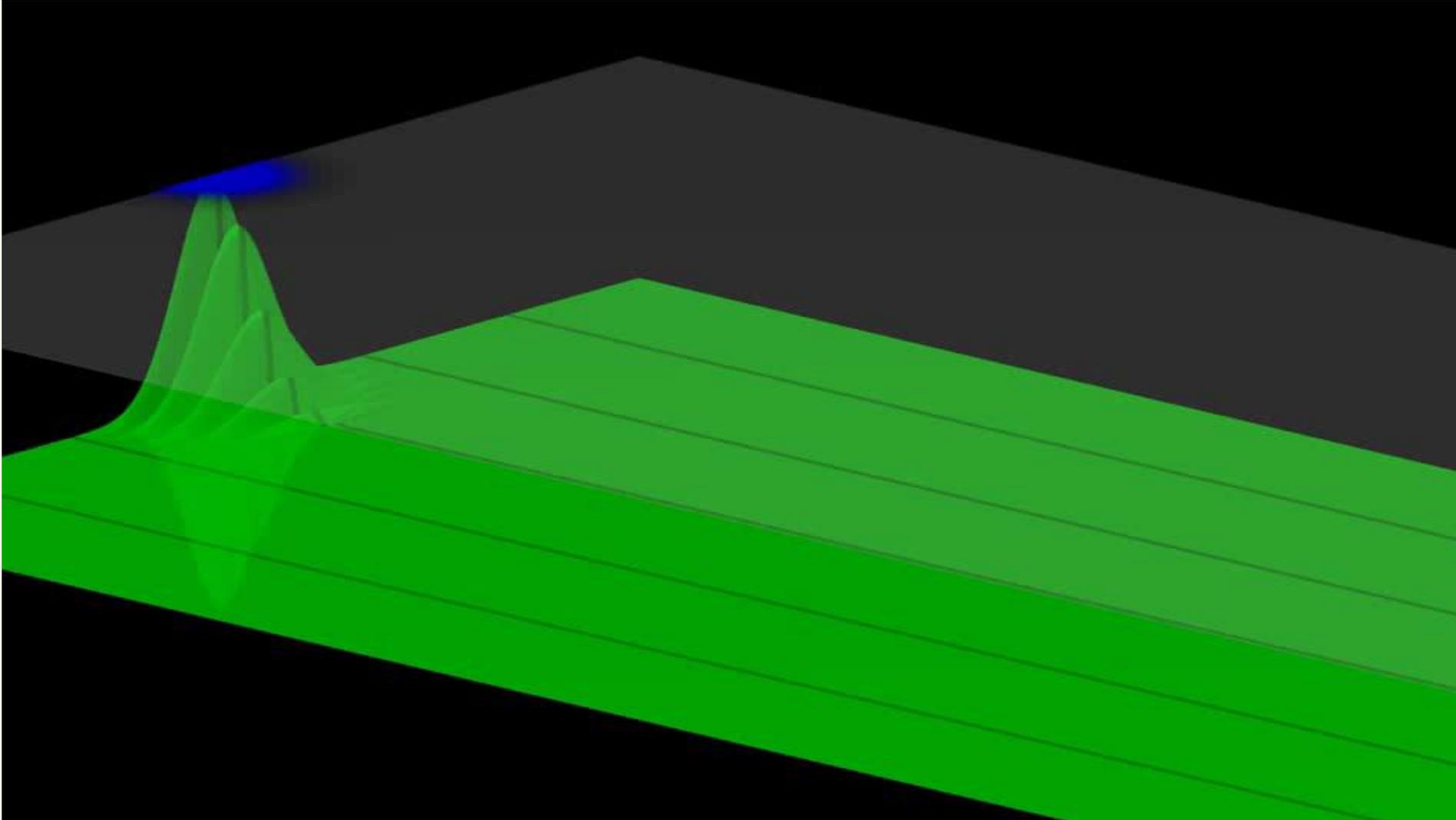
Graphische Darstellung der Lösungen der Schrödingergleichung

Erlasstagung Physik

01.-03.02.2023

J. Küblbeck [CC BY 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

Graphische Darstellung der mathematischen Lösungen



Gerechnet wurde die freie Schrödinger-Gleichung.

Grün: Realteil von Ψ

Blau: $|\Psi_1|^2$

[CC BY-SA 4.0](#)
Hans Musil

Wellenfunktion, Zustandsfunktion, ψ - Funktion

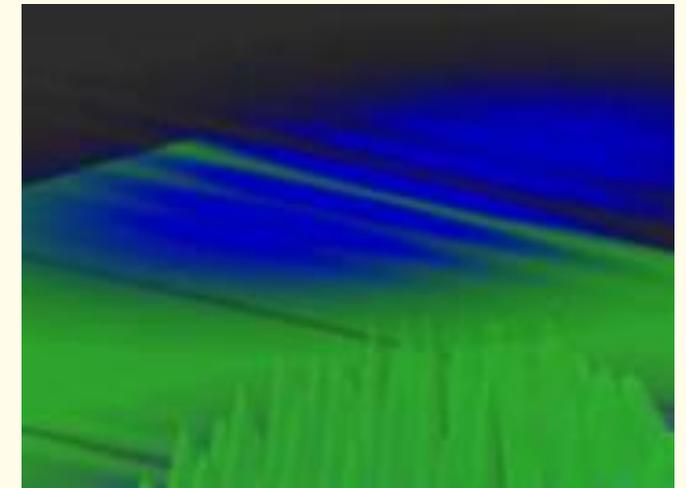
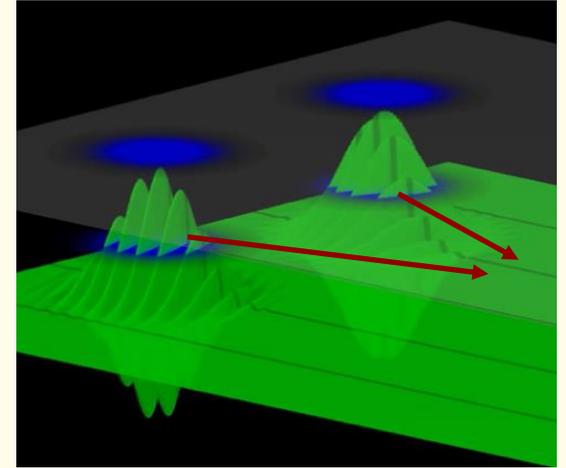
- Ist die Lösung der Schrödingergleichung.
- Ist in der Regel nicht reellwertig.
- Kann nicht direkt gemessen werden.
- Zeitliche Entwicklung ist determiniert außer bei einer Messung.

Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion, P - Funktion, P - Wolke

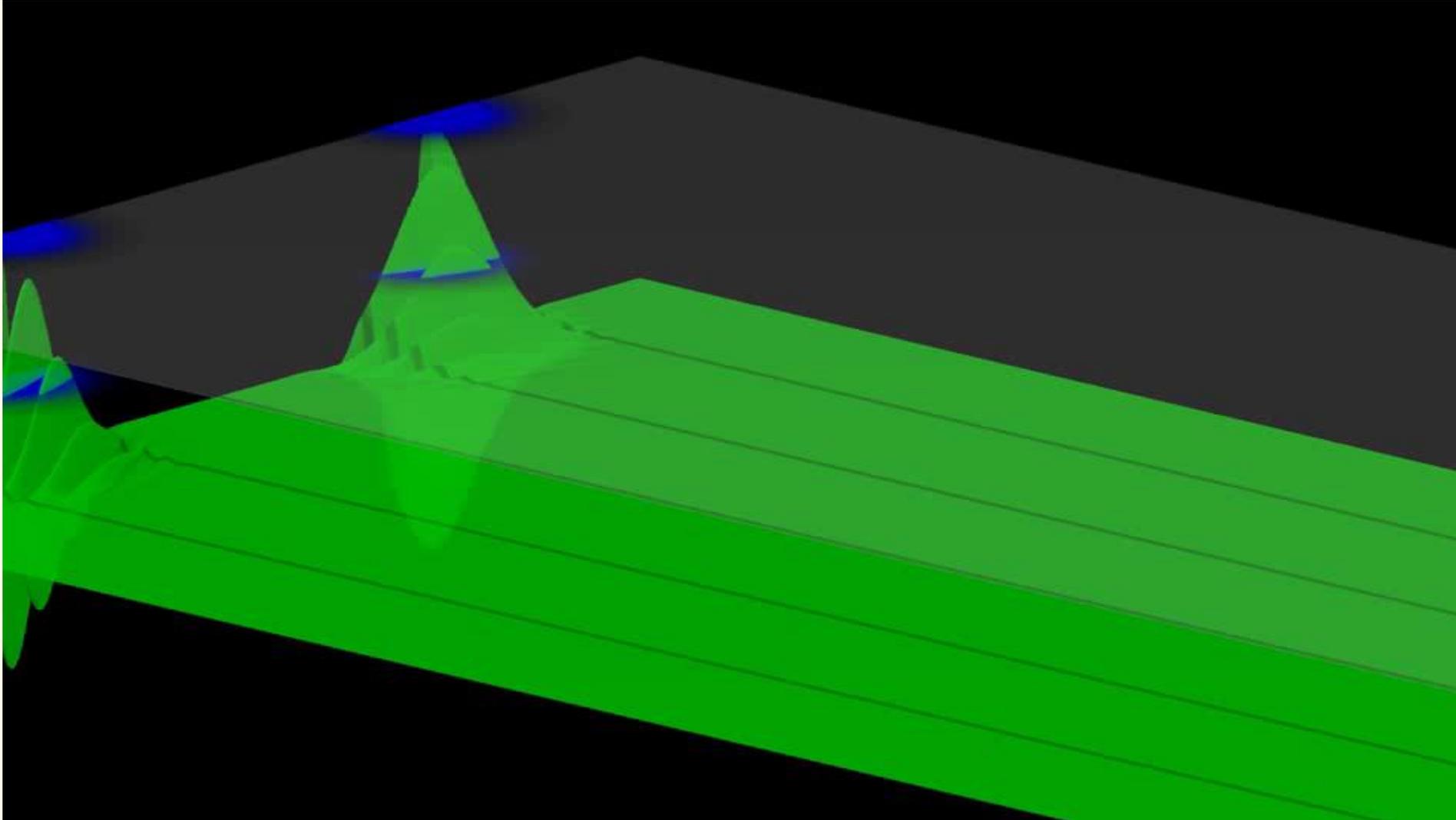
- Ist das Betragsquadrat von ψ .
- Ist reellwertig
- Kann gemessen werden.
- Zeitliche Entwicklung ist determiniert außer bei einer Messung.

Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion, P - Funktion, P - Wolke

- Wenn wir ein Quantenobjekt auf einen Strahlteiler schicken, wird das Wellenpaket geteilt.
- Was geschieht, wenn die Teilpakete wieder aufeinander treffen (z.B. im Interferometer)?
- Wir lassen zwei Teilpakete schräg aufeinander treffen.
- Berechnung mit der Schrödingergleichung ergibt:
Die $|\Psi|^2$ -Funktionen addieren sich nicht einfach:
- Es gibt Interferenzen.



Animation: Zwei durcheinander durchlaufende Teilpakete des selben Quantenobjekts



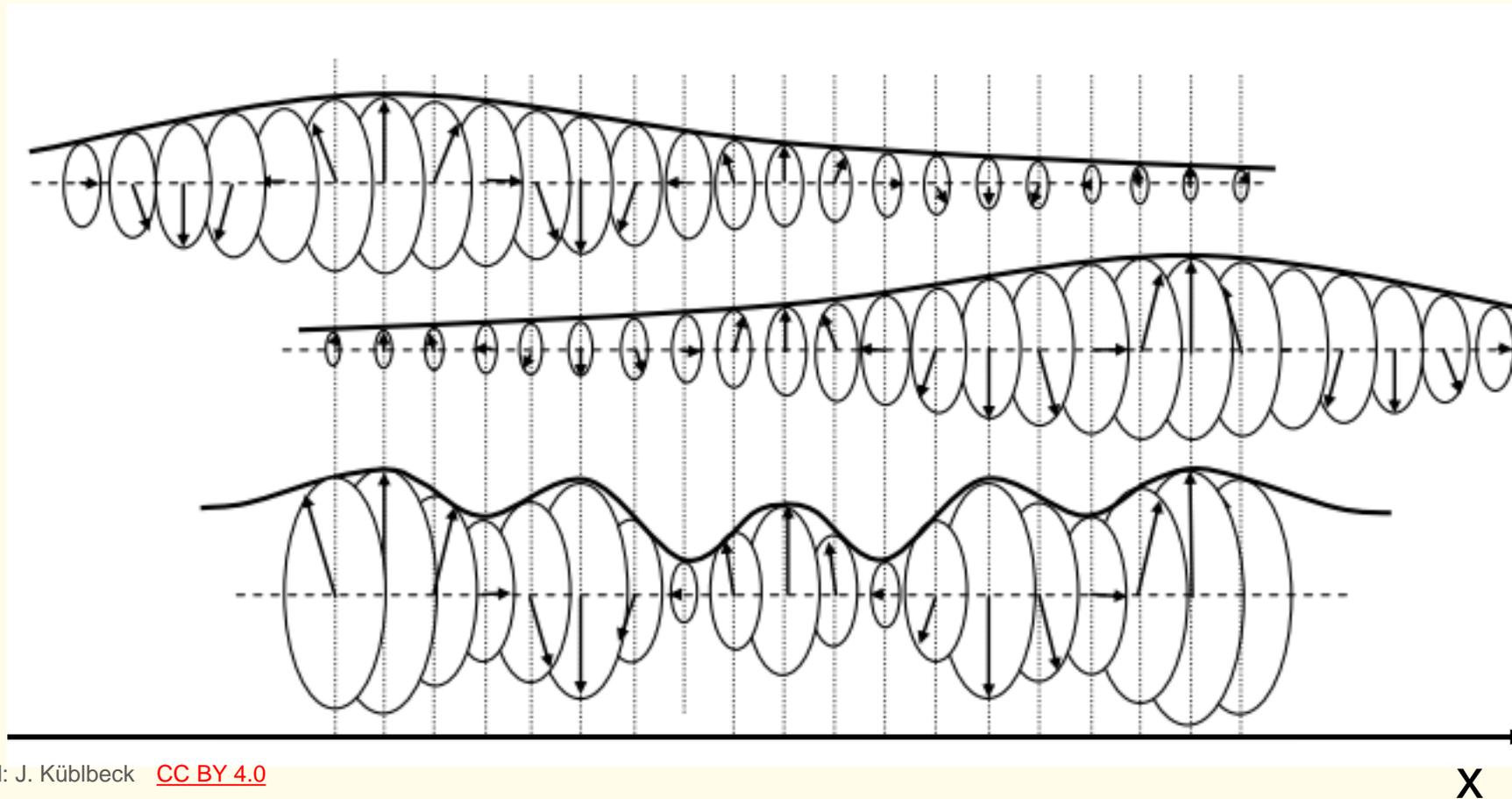
Gerechnet wurde die freie Schrödinger-Gleichung.

Grün: Realteil von Ψ

Blau: $|\Psi_1|^2$

[CC BY-SA 4.0](#)
Hans Musil

Interferenz von zwei Wellenpaketen im Zeigerbild



← Zeiger erstes Wellenpaket

← Zeiger zweites Wellenpaket

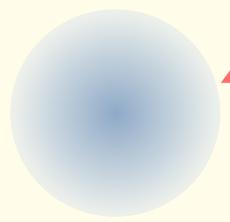
← Zeiger Summe mit Auslöschung/Verstärkung

Bild: J. Küblbeck [CC BY 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

Graphische Darstellung der mathematischen Lösungen

Didaktische Diskussion:

Es besteht die Gefahr, dass die **graphische Darstellung von $|\Psi|^2$** mit einer graphischen Darstellung des Elektrons verwechselt wird.



Dieses wolkenartige Gebilde ist nicht das Elektron!!!

Dieses wolkenartige Gebilde ist eine Darstellung von $|\Psi(x, y, z)|^2$ in zwei Dimensionen.

Die Intensität der Farbe an jedem Punkt ist ein Maß für die Dichte der Detektionswahrscheinlichkeit. („ P - Funktion“).

Graphische Darstellung der mathematischen Lösungen

Didaktische Diskussion:

Alternative:

Wir beschreiben die Quantenphysik ohne jegliches Bild.

Graphische Darstellung der mathematischen Lösungen

Umstritten ist, ob die Darstellung für Einzelphotonen verwendet werden sollte:
Die Schrödingergleichung gilt ja nur für Objekte mit Masse.

Man kann aber wellenfunktionsartige mathematische Funktionen für Photonen mit exponentiellem Abfall im Raum (wie bei Wellenpaketen) konstruieren:

$$\Psi_E(\mathbf{r}, t) = K \frac{\sin \eta}{r} \Theta\left(t - \frac{r}{c}\right) \exp\left[-i(\omega + i\Gamma)\left(t - \frac{r}{c}\right)\right]$$

Die Funktion kann man als Detektionswahrscheinlichkeit für ein Einzelphoton zu einem bestimmten Zeitpunkt auffassen.
(Die kleinstmögliche Ortsauflösung für die Detektion des Photons ist der Durchmesser des absorbierenden Atoms.)



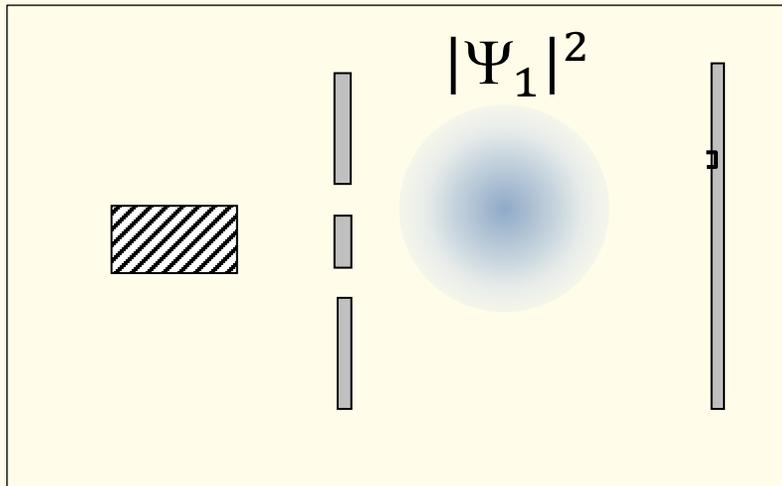
The concept of the photon – revisited

Ashok Muthukrishnan, Marlan O. Scully and Suhail Zubairy

The particulate nature of the photon is evident in its tendency to be absorbed and emitted by matter in discrete units, leading to quantization of light energy. In the spatial domain, the localization of photons by a photodetector makes it possible to define a ‚wave function‘ for the photon, which affords a ‚first-quantized‘ view of the electromagnetic field by analogy to the quantum mechanics of material particles. Quantum interference and entanglement are exemplified by one-photon and two-photon wave functions, which facilitate comparisons to (and clarify departures from) classical wave optics. Moreover, this interpretive formalism provides a bridge between the two ancient, antithetical conceptions of light – its locality as a particle, and its functionality as a wave.

Unbestimmtheit und Messvorgang

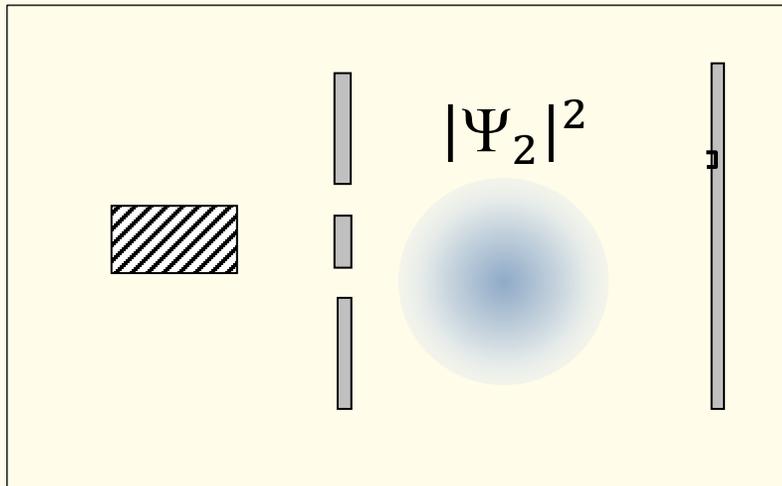
Unbestimmtheit mathematisch beschrieben und grafisch dargestellt:



Möglichkeit 1

Unbestimmtheit und Messvorgang

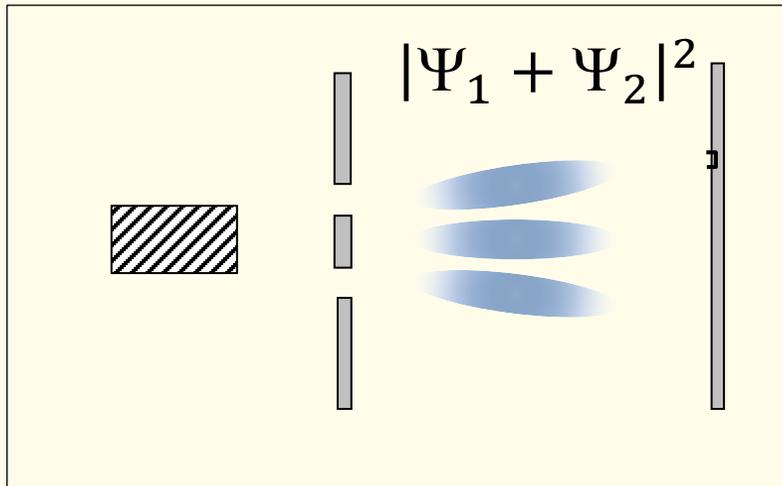
Unbestimmtheit mathematisch beschrieben und grafisch dargestellt:



Möglichkeit 2

Unbestimmtheit und Messvorgang

Unbestimmtheit mathematisch beschrieben und grafisch dargestellt:



Überlagerungszustand

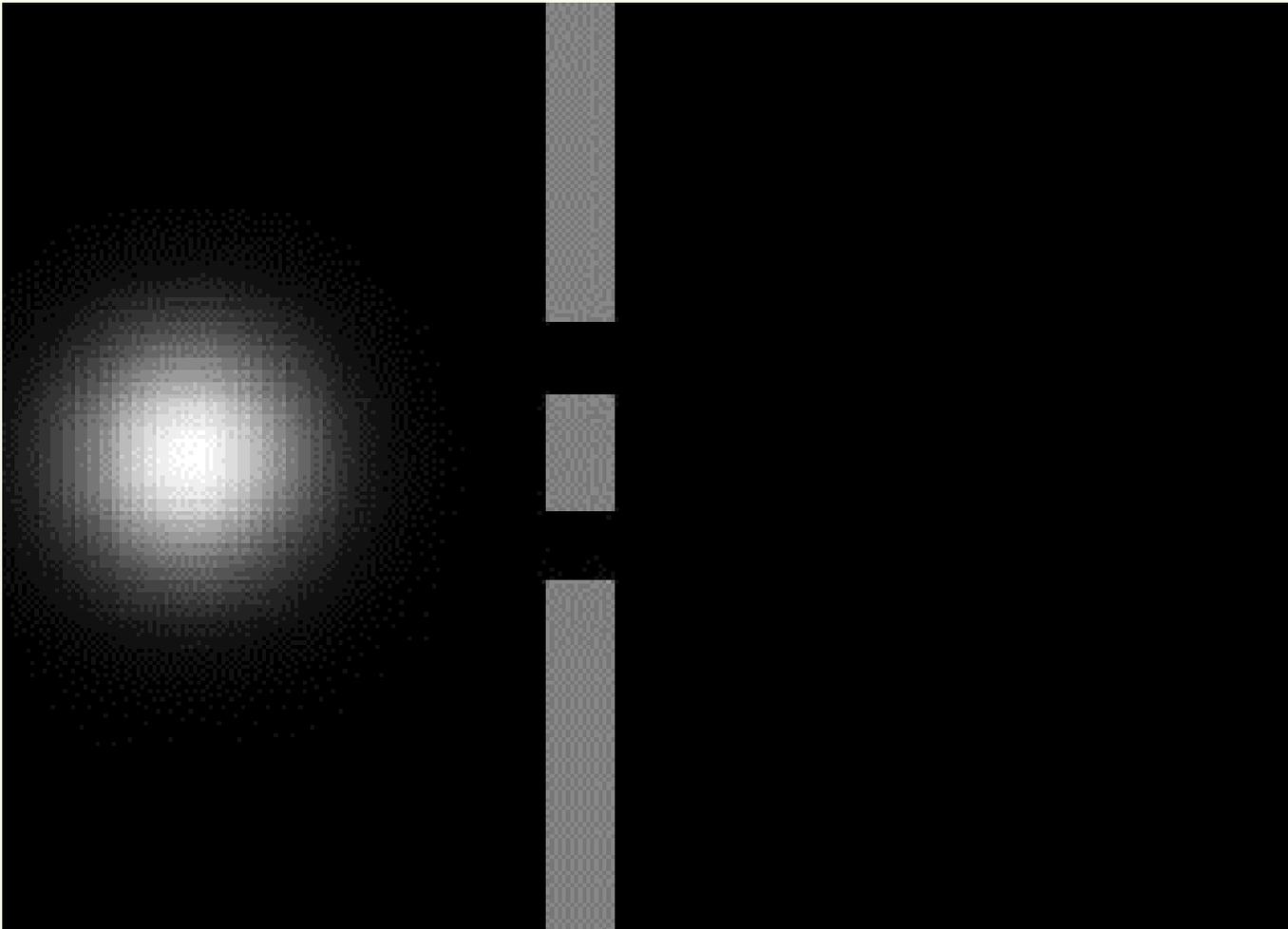
Interferenzterm:

$$2 \Psi_1(x, y, z, t) \cdot \Psi_2(x, y, z, t)$$

Bereiche, in denen Ψ_1 und Ψ_2 beide ungleich 0 sind die Bereiche, in denen die Teilpakete überlappen.



Animation P -Wolke am Doppelspalt



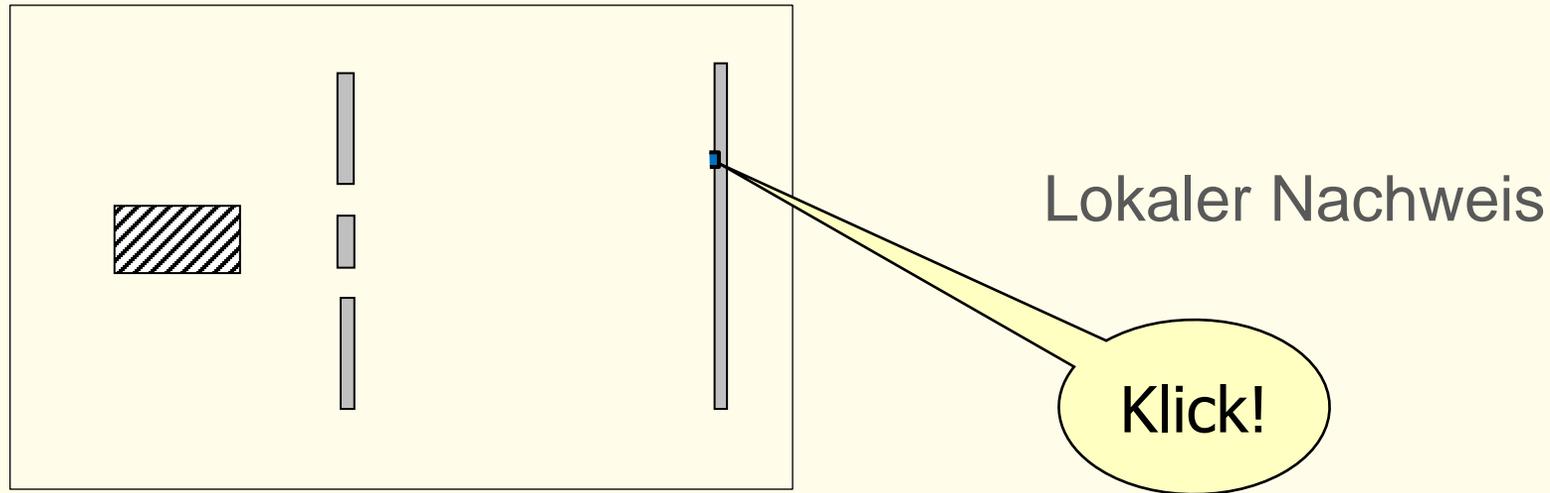
- $|\psi(x, y, z, t)|^2$ durch Farbdichte dargestellt.

Hier kann man erkennen:

- stehende Wellen nach der Reflexion
- Interferenzstreifen nach dem Doppelspalt

Unbestimmtheit und Messvorgang

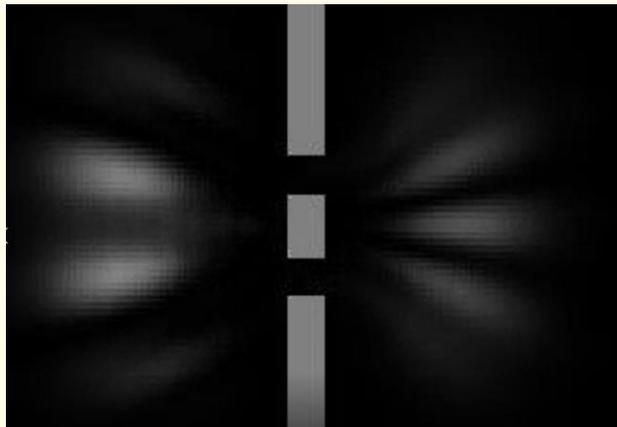
Messvorgang mathematisch beschrieben und grafisch dargestellt:



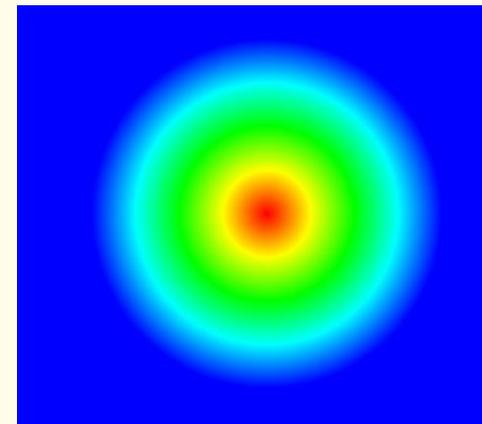
Eine Messung führt zum
Kollaps der Wellenfunktion

Die graphische Darstellung ist in der Atomphysik anschlussfähig

$P(x, y, z, t) \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$ beschreibt, mit welcher Wahrscheinlichkeit das Quantenobjekt im Volumenelement $\Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$ nachgewiesen wird.



Doppelspalt

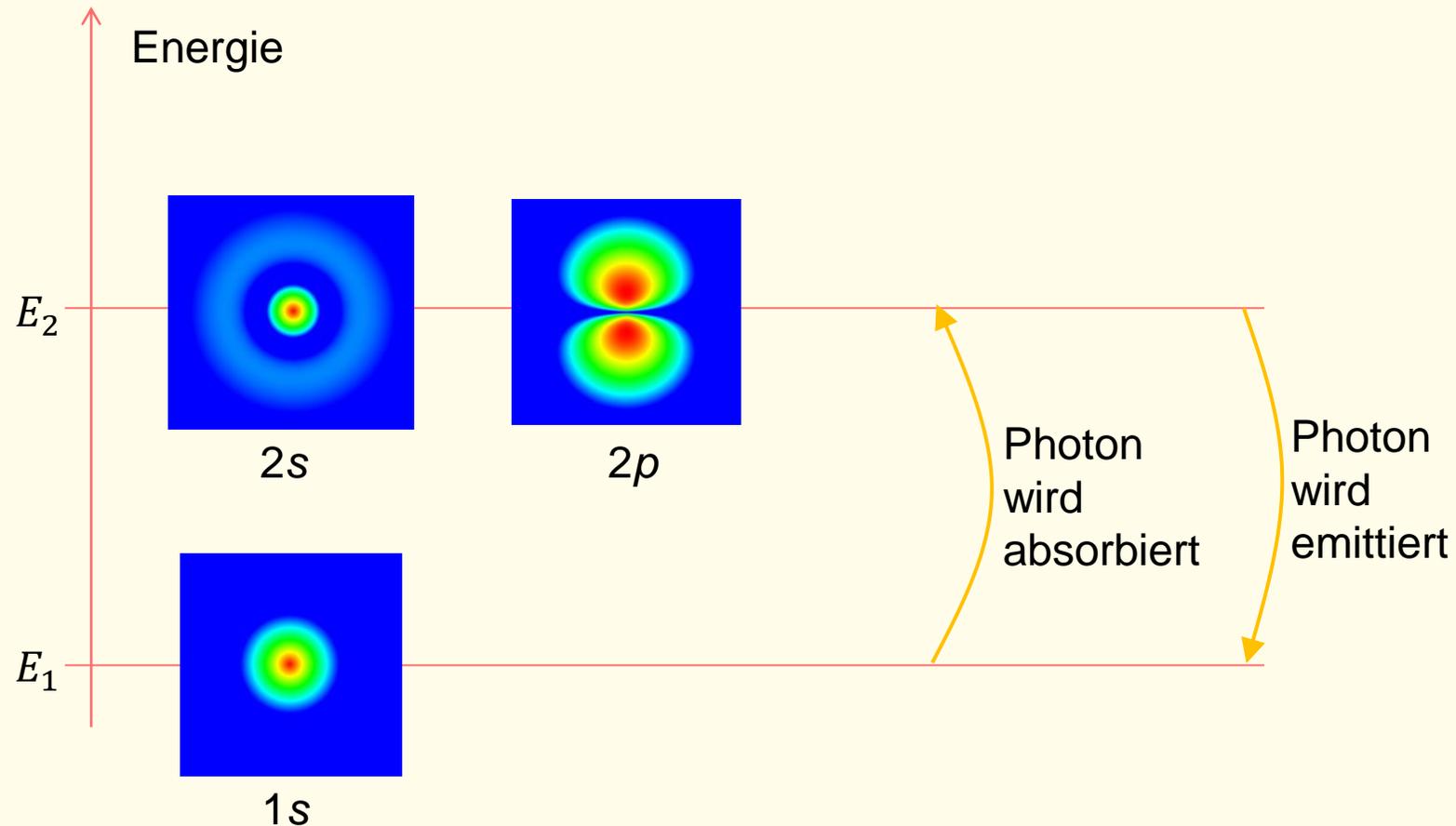


Weitere Bilder von Orbitalen und Filme: s. Material zur Atomphysik

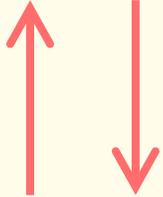
1s-Orbital: Dichte der Detektionswahrscheinlichkeit farbcodiert

Bildquellen: links: G. Mikaberidze, [CC BY-SA 4.0](#)
rechts: P. Bronner, [CC BY-SA 4.0](#)

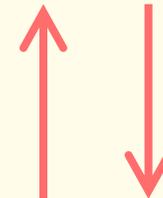
P -Funktionen im Wasserstoffatom



Modell Luftballon



Modell Halbflummi

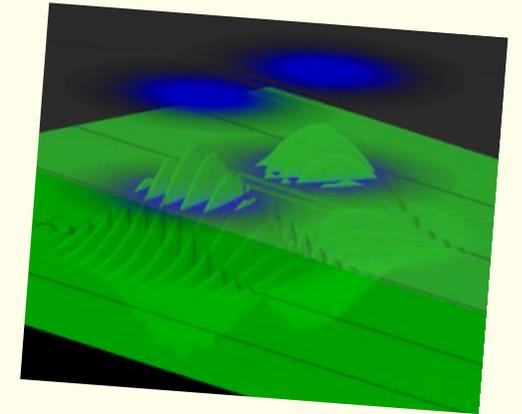


Fotos: Küblbeck

Material

- 4124_up_filme_realteil_psiquadrat_musil:

Animierte graphische Darstellung vom Realteil von $\psi(x, y, t)$ und von $|\psi(x, y, t)|^2$ für ein freies Teilchen mit einem und zwei Wellenpaketen (von Hans Musil)



- 5112_up_bilder_psiquadrat_wasserstoff :

Bilder und Animationen der Übergänge von $|\psi|^2$ von H-Atomen für verschiedene Orbitale in 2D und in 3D. (von Patrick Bronner)

